martin mol

Wolfgang Oppelt

Nachrichtenformeln

mit Tabellen und Anwendungsbeispielen

Rundfunktechnik
Fernmeldetechnik
Elektronik

Verlag H. Stam GmbH Köln

Nachrichtenformeln
mit Tabellen
und Anwendungsbeispielen

© Copyright: Verlag H. Stam GmbH – Köln

Alle Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, der Übersetzung und photomechanischen Wiedergabe, auch auszugsweise, vorbehalten.

Nachrichtenformeln mit Tabellen und Anwendungsbeispielen

Wolfgang Oppelt

Rundfunktechnik
Fernmeldetechnik
Elektronik

3. Auflage

Bestell-Nr. 97602

VERLAG H. STAM GmbH-KÖLN

Inhalt

		Seite
1.	Mathematische Zeichen	10
2.	Zehnerpotenzen	11
3.	Rechenstab	14
4.	D-Rechenstab	16
5.	Flächenberechnung	22
6.	Körperberechnung	26
7.	Gewichtsberechnung	28
8.	Winkelfunktionen	29
9.	Ohmsches Gesetz	31
10.	Elektrische Leistung	31
11.	Elektrische Arbeit	35
12.	Leiterwiderstand und Leitwert	36
13.	Widerstand und Temperatur	39
14.	Widerstände in Reihenschaltung	41
15.	Widerstände in Parallelschaltung	43
16.	Stromwärme	45
17.	Magnetischer Kreis	48
18.	Chemische Spannungsquellen	56
	18.1 Primärelemente	56
	18.2 Akkumulatoren	59
	18.3 Batterien	60
19.	Kondensator im Gleichstromkreis	66
	19.1 Kondensator-Ladung	66
	19.2 Kondensator-Entladung	69
	19.3 Kondensator-Energie	74
20.	Wechselstrom-Grundgrößen	78
21.	Mischspannung – Mischstrom	82

22. Drehstrom – Grundlagen 87
22.1 Sternschaltung 87
22.2 Dreieckschaltung 89
22.3 Stern-Dreieck-Schaltung 92
22.4 Drehstromleistung bei Phasenverschiebung 93
23. Wechselstromkreise 94
23.0 Pythagoreischer Lehrsatz 94
23.1 Induktivitäten 94
23.2 Reihen-Ersatzschaltung der Spule 95
23.3 Parallel-Ersatzschaltung 99
23.4 Leistungen bei Komplexwiderständen 108
23.5 Reihenschaltung von Spulen 110
23.6 Reihenschaltung von Spule und Wirkwiderstand 113
23.7 Parallelschaltung von Spulen 115
23.8 Parallelschaltung von Spule und Wirkwiderstand 118
23.9 Kapazitiver Blindwiderstand und Blindleitwert 122
23.10 Leistung im kapazitiven Wechselstromkreis 124
23.11 Kondensator und Wirkwiderstand in Reihenschaltung 128
23.12 Kondensator und Wirkwiderstand in Parallelschaltung 131
23.13 Kondensator, Spule und Wirkwiderstand in Reihenschaltung 134
23.14 Reihenschwingungskreis (Spannungsresonanz) 138

23.15 Spule, Kondensator und Wirkwiderstand in Parallelschaltung 143
23.16 Parallelschwingungskreis (Stromresonanz) 147
24. Wellenlänge, Frequenz und Schwingkreis 150
24.1 Wellenlänge und Frequenz 150
24.2 Schwingkreisformeln 151
24.3 Spulen mit Massekernen 153
24.4 Windungszahl und Resonanzfrequenz 155
24.5 Variation von Drehkondensatoren 156
24.6 Einengung des Abstimmbereichs 158
25. Netztransformatoren 163
26. Gleichrichter 171
26.1 Schaltungen 171
26.2 Glättung 174
26.3 Siebung 175
27. Drosselspulen 180
28. Netzkompensation 185
29. Meßtechnik 187
29.1 Skalenablesung 187
29.2 Meßfehler 188
29.3 Bereichserweiterung 190
29.4 Widerstandsmesser 195
29.5 Elektrizitätszähler 197
29.6 Meßwandler 198
29.7 Meßleitungsberechnung für Stromwandler 200
30. Lichttechnik 204
31. Verstärkerröhren 211
31.1 Statische Röhrendaten 211

31.2 Triode in RC-Kopplung 214
31.3 Katodenwiderstand und Katodenkondensator 216
31.4 Koppelkondensator und Gitterwiderstand 218
31.5 Pentoden 222
31.5.1 Verstärkung und Lastwiderstand 222
31.5.2 Schirmgitterwiderstand und -kondensator 223
31.5.3 Berechnung nach dem I_a-U_a-Kennlinienfeld 225
31.6 Leistungspentoden 228
32. Anpassungstransformator 233
33. L-Glieder 238
34. Transistoren 240
34.1 Vierpolgrößen 240
34.2 Betriebsgrößen (NF-Bereich) 242
34.3 Transistorkennlinien 248
34.3.1 Eintragen der R_L-Geraden 248
34.3.2 Darstellung von Spannungen und Strömen 252
34.3.3 Spannungsverstärkung 253
34.3.4 Basiswiderstand R_B 254
34.3.5 Basis-Spannungsteiler 255
34.3.6 Stabilisierung mit Emitterwiderstand und Basis-Spannungsteiler 257
34.3.7 NF-Endstufen (Eintakt) 261
34.3.7.1 Eintakt – Endstufen 262
34.3.7.2 Gegentakt – B-Verstärker 264

35. Magnetische Relais 267
35.1 Allgemeine Berechnungen 267
35.2 Berechnungen nach Herstellerdaten 271
36. Fehlerortsbestimmung 277
36.1 Verfahren bei großen Kabellängen 277
36.2 Verfahren bei geringen Kabellängen (Dreipunktmessung) 280
37. Dämpfungsglieder 285
38. Dezibel und Neper 289
38.1 Dezibel 289
38.2 Neper 296
38.3 Absoluter Pegel 302
38.4 Umrechnung Dezibel – Neper 304
39. Dämpfungstabelle (Np-Werte) 306
40. Antennenanlagen 307
41. Tabellen 314
41.1 Dämpfungstabelle 314
41.2 Nennquerschnitt und Belastbarkeit von Kupferleitern 316
41.3 Umgang mit den Zahlentafeln 317
41.4 Winkelfunktionen 320
41.5 Zahlentafeln 324
42. Stichwortverzeichnis 344
43. Tabellenverzeichnis 352

1. Mathematische Zeichen

$+$	plus
$-$	minus
$\cdot \times$	mal
$: - /$	geteilt durch
$=$	gleich
$\approx$	annähernd
$\sim$	proportional
$\neq$	nicht gleich
$<$	kleiner als
$>$	größer als
$\ll$	viel kleiner als } andere Größenordnung
$\gg$	viel größer als } andere Größenordnung
$\leqq$	kleiner oder gleich
$\geqq$	größer oder gleich
$\hat{=}$	entspricht
...	so weiter, bis
%	vom Hundert, Prozent
‰	vom Tausend, Promille
$\sphericalangle$	Winkel
$\overset{\frown}{AB}$	Bogen AB
$\overline{AB}$	Strecke AB
Δ	Differenz
Σ	Summe
$\sqrt{\ }$	Quadratwurzel
$\sqrt[n]{\ }$	n-te Wurzel
∞	unendlich
π	Kreiskonstante 3,1416
e	Zahl e = 2,71828
ln	natürlicher Logarithmus (Basis e)
lg	Briggsscher Logarithmus (Basis 10)

Griechisches Alphabet

A	α	alpha	N	ν	ny
B	β	beta	Ξ	ξ	xi
Γ	γ	gamma	O	o	omikron
Δ	δ	delta	Π	π	pi
E	ε	epsilon	P	ϱ	rho
Z	ζ	zeta	Σ	σ	sigma
H	η	eta	T	τ	tau
Θ	ϑ	theta	Y	υ	ypsilon
I	ι	iota	Φ	φ	phi
K	$\varkappa$	kappa	X	χ	chi
Λ	λ	lambda	Ψ	ψ	psi
M	μ	my	Ω	ω	omega

Die rot gedruckten Buchstaben werden in diesem Formelbuch verwendet.

2. Zehnerpotenzen

In der Elektrotechnik kommen die Maßeinheiten oft in stark wechselnden Größenordnungen vor, z.B. MΩ, mA, pF usw.
Die Zehnerpotenzen erleichtern das Rechnen mit solchen Werten.

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$ (Eine 1 mit 3 Nullen)

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}001$ (Eine 1 mit 3 Nullen)

Zahl	Zehnerpotenz	Vorsatz vor Einheiten
1 000000 000000	$= 10^{12}$ = Billion	Tera (T)
1 000000 000	$= 10^{9}$ = Milliarde	Giga (G)
1 000000	$= 10^{6}$ = Million	Mega (M)
1 000	$= 10^{3}$ = Tausend	Kilo (k)
100	$= 10^{2}$ = Hundert	Hekto (h)
10	$= 10^{1}$ = Zehn	Deka (da)
1	$= 10^{0}$ = Eins	
Zehntel $= 10^{-1}$	= 0,1	Dezi (d)
Hundertstel $= 10^{-2}$	= 0,01	Zenti (c)
Tausendstel $= 10^{-3}$	= 0,001	Milli (m)
Millionstel $= 10^{-6}$	= 0,000001	Mikro (μ)
Milliardstel $= 10^{-9}$	= 0,000000001	Nano (n)
Billionstel $= 10^{-12}$	= 0,000000000001	Piko (p)

Rechnen mit Zehnerpotenzen

Bezeichnungen

10^2 ← Exponent (Hochzahl)

Basis ↑

Regeln **1. Multiplizieren**

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert.

$10^3 \cdot 10^2 = 10^{3+2} = 10^5 = \mathbf{100000}$

$10^6 \cdot 10^{-3} = 10^{6+(-3)} = 10^3 = \mathbf{1000}$

2. Dividieren

Zehnerpotenzen werden dividiert, indem man den Exponenten des Divisors von dem des Dividenden abzieht.

$$\frac{10^3}{10^2} = 10^{3-2} = 10^1 = \mathbf{10}$$

Beispiele

1. $\dfrac{2{,}5\cdot 10^{12}\cdot 4\cdot 10^{3}}{5\cdot 10^{6}} = \dfrac{2{,}5\cdot 4\cdot 10^{15}}{5\cdot 10^{6}} = \dfrac{10\cdot 10^{15}\cdot 10^{-6}}{5} = \dfrac{10\cdot 10^{9}}{5} = 2\cdot 10^{9}$

2. $\dfrac{4{,}2\cdot 0{,}0001\cdot 6400000}{0{,}2\cdot 200000} = \dfrac{4{,}2\cdot 10^{-4}\cdot 6{,}4\cdot 10^{6}}{0{,}2\cdot 2\cdot 10^{5}} = \dfrac{26{,}88\cdot 10^{-3}}{0{,}4} = 67{,}2\cdot 10^{-3} = 0{,}0672$

3. Quadratwurzel

Die Quadratwurzel zieht man durch Halbieren des Exponenten.

$\sqrt{10^{4}} = 10^{\frac{4}{2}} = 10^{2} = 100$; $\sqrt{10^{-6}} = 10^{-\frac{6}{2}} = 10^{-3} = \mathbf{0{,}001}$

$\sqrt{10^{5}} = \sqrt{10\cdot 10^{4}} = 3{,}16\cdot 10^{2} = 316$

Exponenten stets geradzahlig machen!

4. Quadrieren

Quadriert wird durch Verdopplung des Exponenten.

$(10^{3})^{2} = 10^{3\cdot 2} = 10^{6}$ Zehnerpotenz in Klammern; denn $10^{3^{2}} = 10^{3\cdot 3} = 10^{9}$!

$(10^{-4})^{2} = 10^{-4\cdot 2} = \mathbf{10^{-8}}$

Beispiele

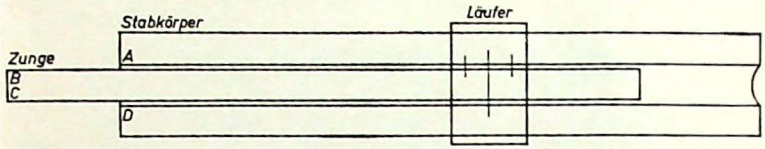
1. $\sqrt{0{,}000009} = \sqrt{9\cdot 10^{-6}} = 3\cdot 10^{-3} = 0{,}003$

2. $(16\cdot 10^{5})^{2} = 256\cdot 10^{10} = 2{,}56\cdot 10^{12}$

3. $\dfrac{(8\cdot 10^{-3})^{3}\cdot\sqrt{16\cdot 10^{12} - 7\cdot 10^{12}}}{0{,}4\cdot\sqrt{1{,}44\cdot 10^{4}}} = \dfrac{64\cdot 10^{-6}\cdot\sqrt{16 - 7\cdot 10^{6}}}{0{,}4\cdot\sqrt{1{,}44\cdot 10^{2}}}$

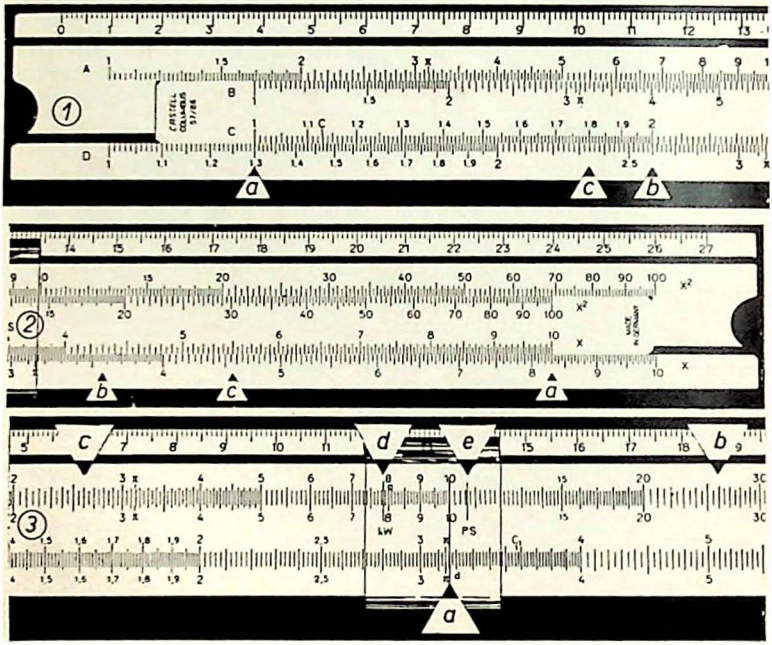
$= \dfrac{64\cdot 10^{-6}\cdot 3\cdot 10^{6}}{0{,}4\cdot 1{,}2\cdot 10^{2}} = \dfrac{192}{48} = 4$

3. Rechenstab



Multipliziert und dividiert wird mit den Skalen C und D.
Die Einstellung erfolgt durch Verschieben der Zunge.
Quadriert und radiziert wird mit den Skalen A und D.
Die Ablesung erfolgt mit Hilfe des Läuferstrichs.

Zählweise : Beim Stabrechnen zählt man nicht 542 = Fünfhundertzweiundvierzig, sondern (5–4–2 fünf–vier–zwei). Die Stellenzahl der Lösung wird durch Schätzen ermittelt.



Multiplizieren

1,3 · 2 = 2,6

1a Skala C : 1 über Skala D : 1-3
1b Ergebnis unter Skala C : 2 auf Skala D : 2-6

830 · 0,043 = 35,7

2a Skala C : 10 über Skala D : 8-3
2b Ergebnis unter Skala C : 4-3 auf Skala D : 3-5-7

Dividieren

2,34 : 1,8 = 1,3

1c Skala C : 1-8 über Skala D : 2-3-4
1a Ergebnis unter Skala C : 1 auf Skala D : 1-3

4,565 : 55 = 0,083

2c Skala C : 5-5 über Skala D : 4-5-6-5
2a Ergebnis unter Skala C : 10 auf Skala D : 8-3

Quadrieren

$31{,}62^2 = 1000$

3a Läuferstrich auf Skala D : 3-1-6-2
Ergebnis auf Skala A : 1-0

$510^2 = 260000$

3b Läuferstrich (Lineal) auf Skala D : 5-1
Ergebnis auf Skala A : 2-6

Radizieren (Stellenzahl beachten; siehe auch Übersicht Seite 279)

$\sqrt{26} = 5{,}1$

3b Ergebnis unter Skala A : 26 auf Skala D : 5-1

$\sqrt{260} = 16{,}12$

3c Ergebnis unter Skala A : 2,6 auf Skala D : 1-6-1-2

$\sqrt{0{,}026} = 0{,}1612$

3c Ergebnis unter Skala A : 2,6 auf Skala D : 1-6-1-2

Kreisberechnung

Durchm. d = 31,62 mm
Fläche A = 785 mm²

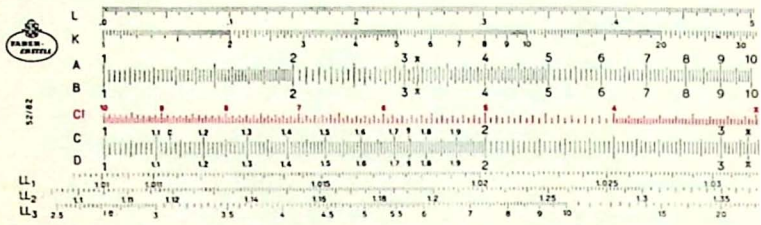
3a Läuferstrich auf Skala D : 3-1-6-2
3d Ergebnis : Linker Läuferstrich auf Skala A : 7-8-5

Umrechnung kW – PS

10,68 PS = 7,85 kW

3e Rechter Läuferstrich auf Skala A : 1-0-6-8
3d Ergebnis: Linker Läuferstrich auf Skala A : 7-8-5

4. D-Rechenstab



Vorderseite (Schul-D-Stab 52-82 von Faber-Castell), Abb. ohne Läufer. Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren und Radizieren mit den Skalen A, B, C und D wie auf Seiten 14 und 15 behandelt.

Skala CI (Kehrwertskala, Reziprokskala)
Ermittlung des **Kehrwerts** zusammen mit Skala C

$x = 5{,}525;\quad \frac{1}{x} = \frac{1}{5{,}525} = 0{,}181$

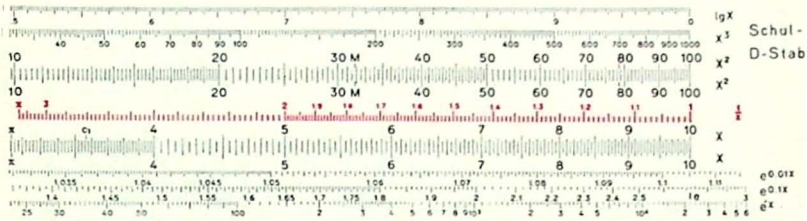
Kehrwert von **0,0202** = **49,5**	
C : 5-5-2-5	C : 2-0-2
auf	auf
CI : 1-8-1	CI : 4-9-5

Multiplizieren und Dividieren zusammen mit Skala D

Multiplizieren	**Dividieren**
16·2,5 = 40	**39,4 : 5 = 7,88**
CI : 2-5 auf D : 1-6	CI : 10 auf D : 3-9-4
Ergebnis unter	Ergebnis unter
CI : 1 auf D : 4	CI : 5 auf D : 7-8-8

Skala K (Kubenskala)
Kubieren mit Skala D (Stellenzahl beachten)

$4{,}48^3 = 90$	**$850^3 \approx 614000000$**	**$0{,}298^3 = 0{,}02645$**
D : 4-4-8	D : 8-5	D : 2-9-8
auf	auf	auf
K : 90	K : 614 (Schätzung : $1000^3 = 10^9$)	K : 26,45



Kubikwurzel

$\sqrt[3]{230} = 6{,}125$

K : 230
auf
D : 6-1-2-5

$\sqrt[3]{8500} = 20{,}4$

K : 8,5
auf
D : 2-0-4

$\sqrt[3]{0{,}064} = 0{,}4$

K : 64
auf
D : 4

Bei Radikanden < 1 oder > 1000 jeweils 3, 6, 9 Stellen usw. bis in den Bereich der Skala K von 1-1000 abtragen.

Skala L (Mantissenskala)
Ermittlung **dekadischer Logarithmen** zusammen mit Skala D

Kennzahlen

lg 1,38 = 0,1400
Mantisse

D : 1-3-8
auf
L : 1400

lg 2360 = 3,3730
Mantisse

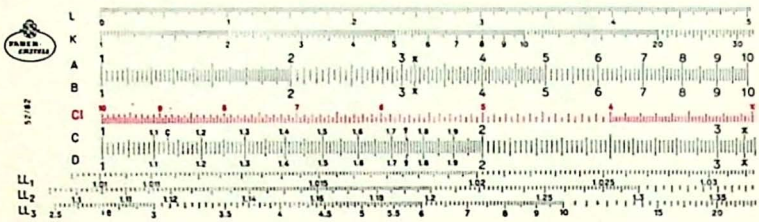
D : 2-3-6
auf
L : 3730

lg 0,0042 = 0,6232-3
Mantisse

D : 4-2
auf
L : 6232

Die Kennzahl entspricht der Zehnerpotenz des Numerus :

$1{,}38 = 1{,}38 \cdot 10^{0}$ Kennzahl : 0
$2360 = 2{,}36 \cdot 10^{3}$ Kennzahl : 3
$0{,}0042 = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ Kennzahl : −3



Numerus

N von 0,7135 = 5,17	N von 5,3345 = 216000	N von 0,8520-4 = 0,000711
K : 7-1-3-5	K : 3-3-4-5	K : 8-5-2-0
auf	auf	auf
D : 5-1-7	D : 2-1-6	D : 7-1-1

Skalen LL_1, LL_2 und LL_3 (Exponentialskalen)

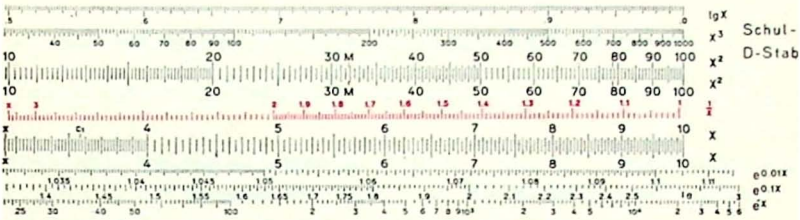
Übergang von LL_1 auf LL_2 und von LL_2 auf LL_3 ergibt **Zehnerpotenzen**, von LL_1 auf LL_3 **Hunderterpotenzen**. Umkehrung ergibt **Zehner- und Hunderterwurzeln.**

$1{,}0615^{10} = 1{,}817$	$1{,}07^{100} = 865$	$\sqrt[10]{2000} = 2{,}14$	$\sqrt[100]{100} = 1{,}04712$
LL_1 : 1,0615	LL_1 : 1,07	LL_3 : 2000	LL_3 : 100
auf	auf	auf	auf
LL_2 : 1,817	LL_3 : 865	LL_2 : 2,14	LL_1 : 1,04712

Potenzen beliebiger Zahlen zusammen mit Skala C

Basis auf LL_1, LL_2 od. LL_3 : a^n : Exponent auf C

$4{,}1^{3{,}5} = 140$	$3^6 = 730$	$1{,}25^{9{,}04} = 7{,}51$
C : 1 auf LL_3 : 4,1	C : 1 auf LL_3 : 3	C : 10 auf LL_2 : 1,25
Ergebnis unter	Ergebnis unter	Ergebnis unter
C . 3,5 auf LL_3 : 140	C : 6 auf LL_3 : 730	C : 9,04 auf LL_3 : 7,51



Potenzen der Zahl e

Basis : e^n : Exponent auf D

$e^4 = 54{,}6$	$e^{0{,}025} = 1{,}02531$	$e^{-3} = \frac{1}{e^3} = \frac{1}{20} = 0{,}05$
D : 4 auf LL_3 : 54,6	D : 2-5 auf LL_1 : 1,02531	D : 3 auf LL_3 : 20

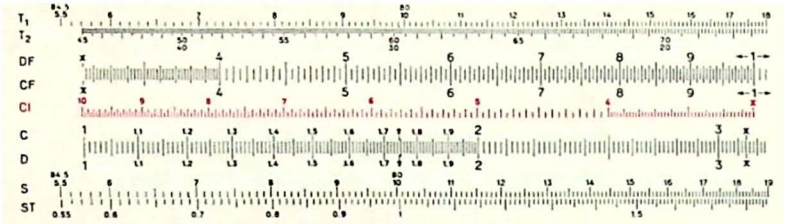
Bei Potenzaufgaben sind die LL-Skalen bestimmten Exponenten zugeteilt :

Potenzen mit n von 0,01- 0,1 auf Skala LL_1
Potenzen mit n von 0,1 - 1,0 auf Skala LL_2
Potenzen mit n von 1,0 -10 auf Skala LL_3

Natürliche Logarithmen

ln : Logarithmus naturalis; $x = e^n$; $\ln x = n$; x auf LL_{1-3}, n auf D

$\ln 20 = 3$	$\ln 1{,}75 = 0{,}56$	$\ln 0{,}08 = -\ln\frac{1}{0{,}08} = -\ln 12{,}5 = -2{,}527$
LL_3 : 20 auf D : 3	LL_2 : 1,75 auf D : 5-6	LL_3 : 12,5 auf D : 2-5-2-7



Rückseite Skalen C, D und CI sind anzuwenden wie auf der Vorderseite π-versetzte Skalen DF und CF

Multiplizieren zusammen mit Skala D

2,8·4,2 = 11,76

C : 1 auf D : 2-8
oder
CF : 1 auf DF : 2-8
Ergebnis über
CF : 4-2 auf DF : 1-1-7-6

Multiplizieren und **Dividieren** mit π

2,62·π = 8,23

D : 2-6-2
auf
DF : 8-2-3

0,183 : π = 0,05825

DF : 1-8-3
auf
D : 5-8-2-5

Trigonometrische Skalen S, ST, T_1 und T_2 (siehe auch Seite 29)
Die **Winkelfunktionen** sind auf Skala D abzulesen. $\sin\alpha = \cos 90\text{-}\alpha$

sin 10^0 = cos 80^0 = 0,1736

S : 10^0
auf
D : 1-7-3-6

cos 35^0 = sin 55^0 = 0,819

S : 55^0
auf
D : 8-1-9

0,766 = sin 50^0 = cos 40^0

D : 7-6-6
auf
S : 50^0 und 40^0

$\tan\alpha = \cot 90 - \alpha$

Skala T_1 ergibt D-Wert · 0,1; Skala T_2 ergibt D-Wert · 1

tan $6{,}2^0$ = cot $83{,}8^0$ = 0,1086

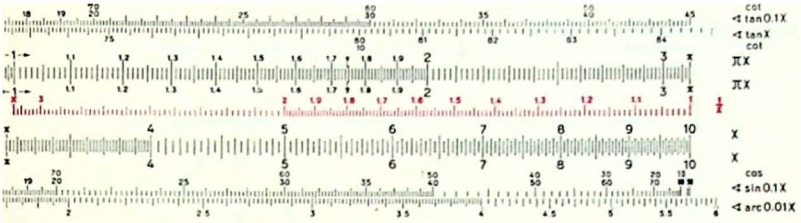
T_1 : $6{,}2^0$
auf
D : 1-0-8-6

cot 15^0 = tan 75^0 = 3,732

T_2 : 75^0
auf
D : 3-7-3-2

7,3 = tan $82{,}2^0$ = cot $7{,}8^0$

D : 7-3
auf
T_2 : $82{,}2^0$ und $7{,}8^0$



Skala ST (Bogenmaßskala)
Ermittlung des **Bogenmaßes** zusammen mit Skala D
(D-Wert · 0,01; bei 10fachem Winkelwert D-Wert · 0,1)

arc 2,8⁰ = arc 2⁰48′ = 0,04885 **arc 31⁰ = 0,541** $\overset{\frown}{0{,}0845}$ **= arc 4,84⁰**

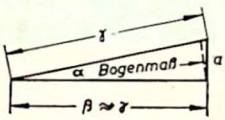
ST : 2,8⁰
auf
D : 4-8-8-5

ST : 3,1⁰
auf
D : 5-4-1

D : 8-4-5 $\triangleq \overset{\frown}{0{,}0845}$
auf
ST : 4,84⁰

Benutzung als **Sinus-** und **Tangenstafel** für **kleine Winkel**
Bis etwa 3⁰ beim Tangens und 5⁰ beim Sinus gilt die Beziehung :

$$\text{arc}\,\alpha \approx \tan\alpha \approx \sin\alpha$$



sin 2⁰30′ ≈ arc 2,5⁰ = 0,0436
ST : 2,5⁰
auf
D : 4-3-6

tan 1,1⁰ ≈ arc 1,1⁰ = 0,0192
ST : 1,1⁰
auf
D : 1-9-2

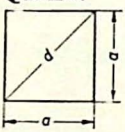
0,0665 ≈ sin 3,81⁰ ≈ tan 3,81⁰
D : 6-6-5
auf
ST : 3,81⁰

Bei sin $>$ 5⁰ und tan $>$ 4⁰ Korrekturmarken beachten : Für Sinuswerte links des 6⁰-Striches, für Tangenswerte rechts des 4⁰-Striches.

Raum für eigene Vermerke (z B. Festwerte für Tabellen beim Stabrechnen) :

5. Flächenberechnung

Quadrat



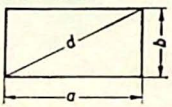
$$A = a \cdot a = a^2$$

$$a = \sqrt{A}$$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

A = Fläche

Rechteck



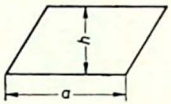
$$A = a \cdot b$$

$$a = \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{A}{a}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Rhomboid

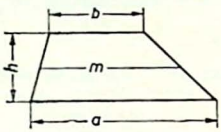


$$A = a \cdot h$$

$$h = \frac{A}{a}$$

$$a = \frac{A}{h}$$

Trapez



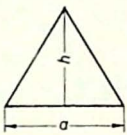
$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$m = \frac{a+b}{2} = \frac{A}{h}$$

$$a = \frac{2A}{h} - b$$

$$b = \frac{2A}{h} - a$$

Gleichseitiges Dreieck

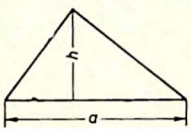


$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 0{,}433\,a^2$$

Ungleichseitiges Dreieck

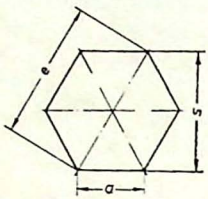


$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{2A}{a}$$

$$a = \frac{2A}{h}$$

Regelmäßiges Sechseck



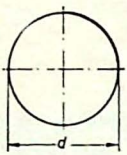
$$A = 0{,}75 \cdot e \cdot S$$

$S = 0{,}866\ e$
$e = 1{,}155\ S$

$S = a \cdot \sqrt{3}$
$e = a \cdot 2$

e = Eckenmaß
S = Schlüsselweite

Kreis



$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 0{,}785 \cdot d^2$$

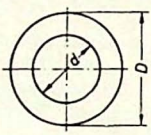
$d = 1{,}13 \cdot \sqrt{A}$

$$U = d \cdot \pi$$

$d = \frac{U}{\pi}$

U = Umfang

Kreisring

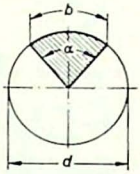


$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = 0{,}785(D^2 - d^2)$$

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2} = \sqrt{1{,}2732A + d^2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}} = \sqrt{D^2 - 1{,}2732A}$$

Kreisausschnitt (Sektor)



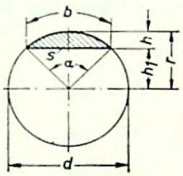
b = Bogen

$$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$A \approx \frac{d^2 \cdot \alpha}{458}$$

$$A = \frac{d \cdot b}{4} \qquad b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{4A}{d} \qquad \alpha = \frac{360 \cdot b}{d \cdot \pi}$$

Kreisabschnitt (Segment)



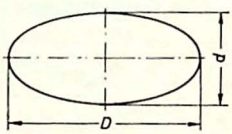
s = Sehne

$$A = \frac{b \cdot r}{2} - \frac{s(r - h_1)}{2}$$

$$h = r - \sqrt{r^2 - \frac{s^2}{4}}$$

$$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{s \cdot h_1}{2}$$

Ellipse



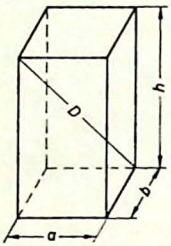
$$A = D \cdot d \cdot \frac{\pi}{4} = 0{,}785 \cdot D \cdot d$$

$$D = \frac{4A}{d \cdot \pi} \qquad d = \frac{4A}{D \cdot \pi}$$

$$U \approx \frac{D \cdot d}{2} \cdot \pi$$

6. Körperberechnung

Quader A = Grundfläche = Kopffläche

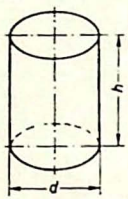


$$V = a \cdot b \cdot h \qquad A = \frac{V}{h};$$

$$A = a \cdot b; \qquad a = \frac{V}{b \cdot h}, \qquad b = \frac{V}{a \cdot h};$$

$$h = \frac{V}{a \cdot b}; \qquad D = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$$

Zylinder



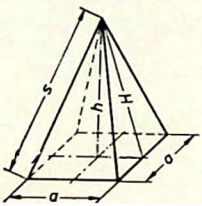
$$V = h \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad h = \frac{4V}{d^2 \cdot \pi}$$

$$d = \sqrt{\frac{4V}{h \cdot \pi}}$$

$$A = \frac{V}{h}$$

Sonstige prismatische Körper : $V = A \cdot h$ $\qquad h = \frac{V}{A}; \qquad A = \frac{V}{h}$

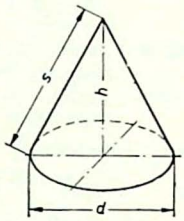
Pyramide (quadratisch) A = Grundfläche



$$V = \frac{A \cdot h}{3} = \frac{a^2 \cdot h}{3} \qquad h = \frac{3V}{A}$$

$$= \sqrt{H^2 - \frac{a^2}{4}}$$

Kegel



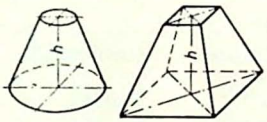
$$V = \frac{A \cdot h}{3} = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{12}$$

$$d = \sqrt{\frac{12V}{\pi \cdot h}}$$

$$s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \frac{d^2}{4}}$$

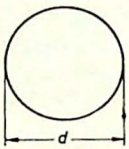
Kegel- und Pyramidenstumpf



$$V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

A_1 = Grundfläche A_2 = Kopffläche

Kugel



O = Oberfläche

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = 0{,}524 \cdot d^3$$

$$O = d^2 \cdot \pi$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{V}{0{,}524}}$$

$$d = \sqrt{\frac{O}{\pi}}$$

7. Gewichtsberechnung

Das Gewicht eines Körpers ist das Produkt aus Volumen und Wichte seines Stoffes.

Gewicht	Wichte	Volumen
$G = V \cdot \gamma$	$\gamma = \frac{G}{V}$	$V = \frac{G}{\gamma}$

Größe		Einheit			
G	Gewicht	p Pond	mp	kp	Mp
V	Volumen	cm^3	mm^3	dm^3	m^3
γ	Wichte	$\frac{p}{cm^3}$	$\frac{mp}{mm^3}$	$\frac{kp}{dm^3}$	$\frac{Mp}{m^3}$

Wichtetabelle

Metalle	Wichte	Isolierstoffe	Wichte
Aluminium	2,7	Bakelit	1,3
Stahl	7,85	Pertinax	1,3
Messing	8,6	Porzellan	2,4
Kupfer	8.9	Flüssigkeiten	
Blei	11,3		
Baustoffe		Benzin	0,7
		Heizöl (leicht)	0,95
Sand, Kies	1,8	Wasser	1,0
Ziegelmauerwerk	1,8	Glyzerin	1,26
Kiesbeton	2,2	Quecksilber	13,6

Beispiel Berechne das Gewicht einer Kupferschiene, 80 × 10 mm, von 4,5 m Länge!

$$G = V \cdot \gamma = 8 \cdot 1 \cdot 450\ cm^3 \cdot 8{,}9\ \frac{p}{cm^3} = 3600\ cm^3 \cdot 8{,}9\ \frac{p}{cm^3}$$

$$= 32030\ p \approx 32\ kp \text{ (Maße in cm eingesetzt)}$$

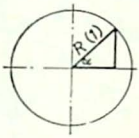
8. Winkelfunktionen

Definitionen

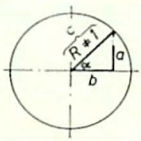
1. Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, heißt Hypotenuse.
2. Die Seite, die einem Winkel gegenüberliegt (Sinusseite), heißt Gegenkathete.
3. Die Seite, die an einem Winkel anliegt (Cosinusseite), heißt Ankathete.

Sinus- und Cosinusseite sind dem Radius direkt proportional.

Einheitskreis R = 1 [cm; m]



Die Länge der Gegenkathete ist der Sinuswert des Winkels α. (Sinusseite)
Die Länge der Ankathete ist der Cosinuswert des Winkels α.
(Cosinusseite)



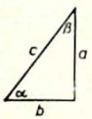
Für einen be bigen Radius gilt :

Sinusseite Radius · Sinuswert

$$a = c \cdot \sin\alpha$$

Cosinusseite = Kadius · Cosinuswert

$$b = c \cdot \cos\alpha$$



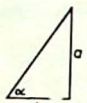
Für jedes rechtwinklige Dreieck gilt :

$$\sin\alpha = \frac{a}{c};\ a = c\cdot\sin\alpha;\ b = c\cdot\sin\beta$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c};\ c = \frac{a}{\sin\alpha};\ \cos\alpha = \frac{b}{c};\ b = c\cdot\cos\alpha;\ a = c\cdot\cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c};\ c = \frac{b}{\cos\alpha}$$

Das Verhältnis von Sinusseite (a) zu Cosinusseite (b) wird **Tangenswert** genannt

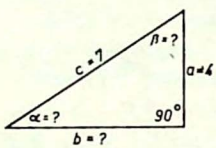


$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b};\quad a = b\cdot\tan\alpha;\quad b = \frac{a}{\tan\alpha}$$

Beispiele

1. Im nebenstehenden Dreieck sind die Winkel α und β sowie Seite b zu berechnen (Tabelle Seite 282).



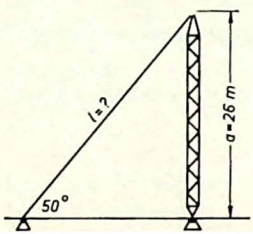
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{4}{7} = 0{,}5715$$

$\alpha = 34^\circ\,50'$ (Tabellenwert)

$$b = \cos\alpha\cdot c = \cos 34^\circ\,50'\cdot 7 \approx 0{,}821\cdot 7 \approx 5{,}75$$

$$\sphericalangle\beta = 90^\circ - \sphericalangle\alpha = 90^\circ - 34^\circ\,50' = \mathbf{55^\circ\,10'}$$

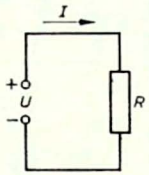
2. Wie lang ist das Abspannseil des Mastes (Durchhang unberücksichtigt)?



$$l = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{26}{\sin 50^\circ} = \frac{26}{0{,}766} = \mathbf{34\ m}$$

9. Ohmsches Gesetz

Der Strom im elektrischen Kreis steigt mit der Spannung und sinkt mit steigendem Widerstand



$$I = \frac{U}{R} \qquad U = I \cdot R; \qquad R = \frac{U}{I}$$

Größe		Einheit	
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
R	Widerstand	Ω	Ohm

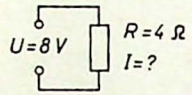
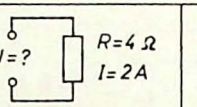
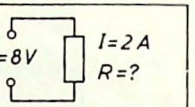
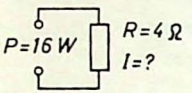
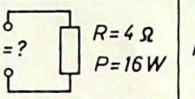
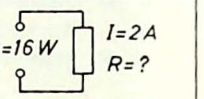
10. Elektrische Leistung

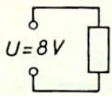
Die elektrische Leistung ist das Produkt aus Spannung und Strom

$$P = U \cdot I \qquad I = \frac{P}{U}; \qquad U = \frac{P}{I}$$

Größe		Einheit	
P	Leistung	W	Watt

Beispiele mit allen Formelumstellungen

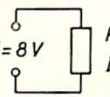
		
$I = \frac{U}{R}$	$U = I \cdot R$	$R = \frac{U}{I}$
$I = \frac{8\,V}{4\,\Omega}$ $= 2\,A$	$U = 2\,A \cdot 4\,\Omega$ $= 8\,V$	$R = \frac{8\,V}{2\,A}$ $= 4\,\Omega$
		
$I = \frac{P}{U}$; $U = I \cdot R$ $I = \frac{P}{I \cdot R}$ $I^2 = \frac{P}{R}$ $I = \sqrt{\frac{P}{R}}$ $I = \sqrt{\frac{16\,W}{4\,\Omega}}$ $= \sqrt{4\,A}$ $= 2\,A$	$U = I \cdot R$; $I = \frac{U}{P}$ $U = \frac{P}{U} \cdot R$ $U^2 = P \cdot R$ $U = \sqrt{P \cdot R}$ $U = \sqrt{16\,W \cdot 4\,\Omega}$ $= \sqrt{64\,V}$ $= 8\,V$	$R = \frac{U}{I}$; $U = \frac{P}{I}$ $R = \frac{\frac{P}{I}}{I}$ $R = \frac{P}{I^2}$ $R = \frac{16\,W}{2^2 A^2}$ $= \frac{16}{4}\,\Omega$ $= 4\,\Omega$



$P = U \cdot I$

$P = 8V \cdot 2A$

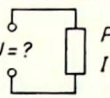
$= 16W$



$I = \frac{P}{U}$

$I = \frac{16W}{8V}$

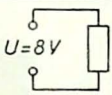
$= 2A$



$U = \frac{P}{I}$

$U = \frac{16W}{2A}$

$= 8V$



$P = \frac{U}{I}$; $I = \frac{P}{U}$

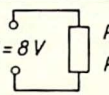
$P = \frac{U}{\frac{P}{U}}$

$R = \frac{U^2}{P}$

$R = \frac{8^2\,V^2}{16\,W}$

$= \frac{64}{16}\ \Omega$

$= 4\ \Omega$



$P = U \cdot I$; $I = \frac{U}{R}$

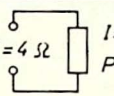
$P = U\ \frac{U}{R}$

$P = \frac{U^2}{R}$

$P = \frac{8^2\,V^2}{4\,\Omega}$

$= \frac{64}{4}\,W$

$= 16\,W$



$P = U \cdot I$; $U = I \cdot R$

$P = I \cdot R \cdot I$

$P = I^2 \cdot R$

$P = 2^2\,A^2 \cdot 4\,\Omega$

$= 4 \cdot 4\,W$

$= 16\,W$

Gemischte Aufgaben

Beispiele 1. Welche Spannung darf an einen Widerstand von 1 MΩ mit der Belastbarkeit von 1 W gelegt werden?

$$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{1\ \text{W} \cdot 10^6\ \Omega} = 10^3\ \text{V} = \mathbf{1\ kV}$$

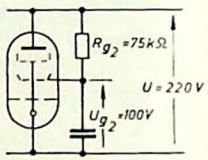
2. In der nebenstehenden Schaltung ist der Schirmgitterstrom zu berechnen.

$$I_{g_2} = \frac{U_{R_{g_2}}}{R_{g_2}} = \frac{U - U_{g_2}}{R_{g_2}}$$

$$= \frac{220\ \text{V} - 100\ \text{V}}{75 \cdot 10^3\ \Omega}$$

$$= \frac{120\ \text{V} \cdot 10^{-3}}{75\ \Omega} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{V}}{\Omega}$$

$$= \mathbf{1{,}6\ mA}$$



3. Eine Relaiswicklung mit einem Gleichwiderstand von 800 Ω wird an die Erregerspannung von 24 V gelegt. Stromstärke und Leistung sind zu berechnen!

$$I = \frac{U}{R} = \frac{24\ \text{V}}{800\ \Omega} = \frac{24 \cdot 10^3\ \text{mV}}{800\ \Omega} = 30\ \frac{\text{mV}}{\Omega} = \mathbf{30\ mA}$$

$$P = U \cdot I = 24\ \text{V} \cdot 30\ \text{mA} = 720\ \text{mV} \cdot \text{A} = \mathbf{720\ mW}$$

11. Elektrische Arbeit

Elektrische Arbeit ist das Produkt aus elektrischer Leistung und Zeit

$$W = P \cdot t \qquad P = \frac{W}{t}; \qquad t = \frac{W}{P}$$

Größe		Einheit		
W Arbeit	Ws	Wattsekunden	kWh	Kilowattstunde
P Leistung	W	Watt	kW	Kilowatt
t Zeit	s	Sekunde	h	Stunde

Beispiele

1. Welche elektrische Arbeit wird aufgebracht, wenn ein Staubsauger mit einer Leistungsaufnahme von 380 W eine halbe Stunde in Betrieb ist?

   $W = P \cdot t = 380\ \text{W} \cdot 0{,}5\ \text{h} = 190\ \text{Wh} = \mathbf{0{,}19\ kWh}$

2. In welcher Zeit verbraucht eine 60 W – Glühlampe eine Kilowattstunde?

   $t = \frac{W}{P} = \frac{1000\ \text{Wh}}{60\ \text{W}} = 16\frac{2}{3}\ \text{h} = \mathbf{16\ h\ 40\ min}$

3. Der Zähler zeigt nach $4\frac{1}{2}$ Betriebsstunden eines Fernsehgerätes einen Verbrauch von 0,810 kWh an. Welche Leistung hat das Gerät?

   $P = \frac{W}{t} = \frac{0{,}81\ \text{kWh}}{4{,}5\ \text{h}} = 0{,}18\ \text{kW} = \mathbf{180\ W}$

12. Leiterwiderstand und Leitwert

Der Leitwert ist der Kehrwert des Widerstandes

Mit wachsendem Widerstand sinkt der Leitwert!

$$G = \frac{1}{R} \qquad 1\,S = \frac{1}{1\,\Omega}$$

Größe		Einheit		
R	Widerstand	Ω	Ohm	kΩ Kiloohm
G	Leitwert	S	Siemens	mS Millisiemens

Der Widerstandswert eines Leiterstückes steigt mit dem spezifischen Widerstand und mit der Länge des Leiters; er sinkt mit wachsendem Querschnitt.

Der spezifische Widerstand ist eine Materialkonstante. Er gibt den Widerstand eines Leiterstückes von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 20 °C in Ohm an.

Leiterwiderstand

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{S} \qquad 1\,\Omega = \frac{1\,\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot 1\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{mm}^2}$$

Leiterquerschnitt spez. Widerstand Leiterlänge

$$S = \frac{\varrho \cdot l}{R} \qquad \varrho = \frac{R \cdot S}{l} \qquad l = \frac{R \cdot S}{\varrho}$$

Die elektrische Leitfähigkeit ist der Kehrwert des spezifischen Widerstandes

$$\sigma = \frac{1}{\varrho} \qquad \frac{1\ \text{m}}{1\,\Omega \cdot 1\,\text{mm}^2} = \frac{1}{\frac{1\,\Omega \cdot 1\,\text{mm}^2}{1\ \text{m}}}$$

Wird statt des spezifischen Widerstandes (ϱ), die elektrische Leitfähigkeit (σ) eingesetzt, so lautet die Gleichung zur Errechnung des Leiterwiderstandes :

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot S} \qquad 1\,\Omega = \frac{1\ \text{m}}{1\ \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} \cdot 1\ \text{mm}^2}$$

Leiterquerschnitt $S = \frac{l}{\sigma \cdot R}$ Elektrische Leitfähigkeit $\sigma = \frac{l}{R \cdot S}$ Leiterlänge $l = R \cdot S \cdot \sigma$

Größe		Einheit
R	Widerstand	Ω Ohm
ϱ	Spezifischer Widerstand	$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
σ	Elektr. Leitfähigkeit	$\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
l	Länge	m Meter
S	Leiterquerschnitt	mm^2 Quadratmillimeter

Leitermetall		Spez. elektr. Widerstand ϱ_{20} in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$	Elektrische Leitfähigkeit σ_{20} in $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$	Temperaturkoeffizient in $\frac{\Omega}{\Omega \cdot grd}$
Kupfer	Cu	0,0178	56	$\approx 0{,}004$
Aluminium	Al	0,0294	34	$\approx 0{,}004$
Eisen	Fe	0,1	10	$\approx 0{,}005$

Beispiele 1. Welchen Widerstand hat ein Kupferdraht von 4 mm Durchmesser und 800 m Länge?

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{S} = \frac{\varrho \cdot l}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4 \cdot \varrho \cdot l}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0{,}0178 \cdot 800}{4^2 \cdot 3{,}14}\,\Omega = \frac{56{,}9}{50{,}2}\,\Omega = 1{,}134\,\Omega$$

2. Eine zweiadrige Leitung von 60 m Leitungslänge soll einen Widerstand von 1,5 Ohm haben. Welcher Querschnitt ist zu wählen?
Leitungslänge = **60 m**; **Leiter**länge = $2 \cdot 60$ m = **120 m**!

$$S = \frac{\varrho \cdot l}{R} = \frac{0{,}0178 \cdot 120}{1{,}5}\,mm^2 = \frac{2{,}135}{1{,}5}\,mm^2 = 1{,}4\,mm^2;\ \text{gewählt: } 1{,}5\,mm^2$$

13. Widerstand und Temperatur

Der elektrische Widerstand verändert sich mit der Temperatur. Bei Metallen **erhöht** sich der Widerstand mit **steigender** Temperatur. Metalle haben deshalb einen positiven Temperaturkoeffizienten.

Widerstandsänderung

$$\Delta R = R_{20} \cdot \Delta\vartheta \cdot \alpha_{20} \qquad 1\,\Omega = 1\,\Omega \cdot 1\,\text{grd} \cdot 1\,\frac{\Omega}{\Omega \cdot \text{grd}}$$

Warmwiderstand Endtemperatur Temperaturdifferenz

$$R_w = R_{20} + \Delta R \qquad \vartheta_w = \vartheta_{20°} + \Delta\vartheta \qquad \Delta\vartheta = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha_{20}}$$

Größe		Einheit	
ΔR	Widerstandsänderung	Ω	Ohm
R_{20}	Widerstand bei 20 °C	Ω	Ohm
R_w	Warmwiderstand	Ω	Ohm
ϑ	Temperatur	grd	Grad C
$\Delta\vartheta$	Temperaturänderung	grd	Grad
α_{20}	Temperaturkoeffizient	$\frac{\Omega}{\Omega \cdot \text{grd}}$	Verhältniszahl

Beispiele 1. Eine Transformatorwicklung (*Cu*) hat bei Zimmertemperatur (20 °C) einen Widerstand $R_{20} = 14$ Ohm. Eine Messung nach längerem Betrieb ergibt einen Widerstand von 16,8 Ohm.

Berechne die Betriebstemperatur des Transformators!

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta R}{R_{20}\cdot\alpha_{20}} = \frac{16{,}8\ \Omega - 14\ \Omega}{14\ \Omega\cdot 0{,}004} = \frac{2{,}8\ \Omega}{0{,}056\ \Omega} = \mathbf{50\ grd}$$

$$\vartheta_{warm} = \vartheta_{kalt} + \Delta\vartheta = 20\ °C + 50\ °C = \mathbf{70\ °C}$$

2. Eine Aluminiumleitung hat bei 20 °C einen Widerstand von 32 Ohm.
Wie groß ist der Widerstand bei 95 °C?

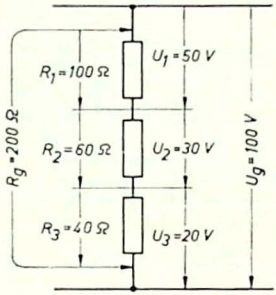
$$\Delta R = R_{20}\cdot\Delta\vartheta\cdot\alpha_{20} = 32\ \Omega\cdot 75\ \text{grd}\cdot 0{,}004\cdot\frac{\Omega}{\Omega\ \text{grd}} = 9{,}6\ \Omega$$

$$R_{warm} = R_{20} + \Delta R = 32 + 9{,}6 = \mathbf{41{,}6\,\Omega}$$

Heißleiter (NTC-Widerstand)

Heißleiter haben einen **negativen** Temperaturkoeffizienten; ihr Widerstand wird bei **steigender** Temperatur **kleiner**. Der Temperaturkoeffizient verändert sich dabei stark mit der Temperatur. Deshalb entnimmt man den Widerstandsverlauf den Tabellen der Hersteller.

14. Widerstände in Reihenschaltung



Der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der Teilwiderstände.

$$R_g = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n$$

Die **Stromstärke** ist in allen Widerständen gleich.

Die Summe der Teilspannungen ist gleich der Gesamtspannung

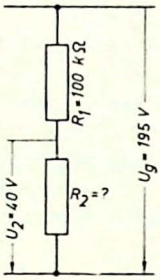
$$U_g = U_1 + U_2 + U_3 + \dots U_n$$

Kirchhoffsche Gleichung

Die Teilspannungen verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Teilwiderstände.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \qquad \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3} \dots$$

Beispiel



Die Spannung $U_g = 195$ Volt liegt an der Reihenschaltung $R_1 = 100\ \text{k}\Omega$ und R_2.
Wie groß muß R_2 sein, wenn an ihm eine Spannung von 40 Volt abfallen soll?

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1}$$

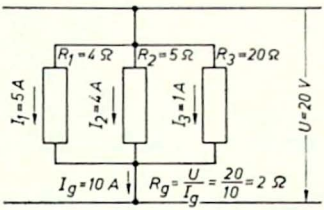
$$R_2 = \frac{R_1 \cdot U_2}{U_1} = \frac{R_1 \cdot U_2}{U_g - U_2}$$

$$= \frac{100 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 40\ \text{V}}{195\ \text{V} - 40\ \text{V}}$$

$$= \frac{4000 \cdot 10^3\ \text{V} \cdot \Omega}{155\ \text{V}}$$

$$= \mathbf{25{,}8}\ \text{k}\Omega$$

15. Widerstände in Parallelschaltung



Alle Widerstände liegen an derselben **Spannung**.

1. Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der Teilströme.

$$I_g = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots I_n$$

Kirchhoffsche Gleichung

2. Der Gesamtleitwert ist gleich der Summe der Teilleitwerte.

$$G_g = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots G_n$$

3. Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes ist gleich der Summe der Teilwiderstandskehrwerte.

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \frac{1}{R_n}$$

Für eine Parallelschaltung von zwei Widerständen gilt :

$$R_g = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R_g}{R_2 - R_E}$$

4. Die Teilwiderstände stehen zueinander im umgekehrten Verhältnis wie die zugehörigen Teilströme.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = \ldots R_n \cdot I_n$$

5. Der Ersatzwiderstand ist stets kleiner als der kleinste Einzelwiderstand.

Beispiele

1. Welcher Widerstand ist dem Widerstand $R_1 = 80\,\Omega$ parallel zu schalten, wenn der Ersatzwiderstand $60\,\Omega$ werden soll?

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_g}{R_1 - R_g} = \frac{80\,\Omega \cdot 60\,\Omega}{80\,\Omega - 60\,\Omega} = \frac{4800\,\Omega^2}{20\,\Omega} = \mathbf{240}\,\Omega$$

2. Welchen Gesamtwiderstand ergibt die Parallelschaltung von $R_1 = 15\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$ und $R_3 = 3\,\Omega$?

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{15\,\Omega} + \frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{3\,\Omega} = \frac{2}{30\,\Omega} + \frac{3}{30\,\Omega} + \frac{10}{30\,\Omega} = \frac{15}{30\,\Omega}$$

$$\frac{1}{R_g} = \frac{15}{30\,\Omega}; \qquad R_g = \frac{30\,\Omega}{15} = 2\,\Omega$$

16. Stromwärme

Elektrische Energie kann sich in Wärme umwandeln. Dabei entspricht die Wärmemenge von 1 Kalorie (cal) einer elektrischen Arbeit von 4,186 **Wattsekunden** (Ws) oder einem **Joule** (J).

$1\ \text{kcal} = 4186\ \text{J} = 4186\ \text{Ws}$

$$1\ \text{kWs} = \frac{1}{4{,}186}\ \text{kcal} = 0{,}239\ \text{kcal}$$

$1\ \text{kWh} = 3600 \cdot 0{,}239 = 860\ \text{kcal}$

$1\ \text{kWh} = 860\ \text{kcal}$

Umrechnung elektr. Arbeit in Wärmemenge (Q)

$$Q = W_{\text{kWh}} \cdot 860 \qquad 1\ \text{kcal} = 1\ \text{kWh} \cdot 860$$

Bestimmung der elektrischen Leistung, die zur Erzeugung einer bestimmten Wärmemenge in einer bestimmten Zeit erforderlich ist.

$$P_{\text{kW}} = \frac{Q \cdot 60}{860 \cdot t_{\text{min}}}$$

Bei der Erwärmung von Stoffen gilt für die erreichte Temperatur

$$\vartheta_{\text{w}} = \vartheta_{\text{k}} + \frac{W \cdot 860}{c \cdot m} \qquad [\vartheta_{\text{w}}] = 1\,^{\circ}\text{C} + \frac{1\ \text{kWh} \cdot 860}{1\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^{\circ}\text{C}} \cdot 1\ \text{kg}}\ \text{in}\ {}^{\circ}\text{C}$$

Für die elektrische Arbeit

$$W = \frac{c \cdot m \cdot (\vartheta_w - \vartheta_k)}{860}$$

$$1\ \text{kWh} = \frac{1\ \text{kcal}}{\frac{1\ \text{kg} \cdot 1\,^\circ\text{C} \cdot 1\ \text{kg} \cdot 1\,^\circ\text{C}}{860}}$$

Für die erforderliche Leistung eines elektr. Wärmegerätes

$$P_{kW} = \frac{c \cdot m \cdot (\vartheta_w - \vartheta_k) \cdot 60}{860 \cdot t_{min}}$$

$$1\ \text{kW} = \frac{1\ \text{kcal}}{\frac{1\ \text{kg} \cdot 1\,^\circ\text{C} \cdot 1\ \text{kg} \cdot 1\,^\circ\text{C}}{860 \cdot 1\ \text{min}}}$$

Aus Geräteleistung und Einschaltzeit ergibt sich die Temperatur des erwärmten Stoffes.

$$\vartheta_w = \vartheta_k + \frac{P_{kW} \cdot t_{min} \cdot 860}{c \cdot m \cdot 60};$$

Einschaltdauer zur Erreichung einer gewünschten Temperatur

$$t_{min} = \frac{c \cdot m(\vartheta_w - \vartheta_k) \cdot 60}{860 \cdot P_{kW}}$$

Größe		Einheit	
Q	Wärmemenge	kcal	Kilokalorie
P	Leistung	kW	Kilowatt
W	Arbeit	kWh	Kilowattstunde
ϑ_k	Temperatur (kalt)	°C	Celsius-Temperatur
ϑ_w	Temperatur (warm)		
m	Masse	kg	Kilogramm
t	Erwärmungszeit	min	Minute
c	Spez. Wärmekapazität	$\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$	

Mittlere spezifische Wärmekapazität c zwischen 0 °C und 100 °C in $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$			
Wasser	1	Stahl	0,11
Eis	0,5	Kupfer	0,094
Öle	$\approx$ 0,45	Zinn	0,055
Aluminium	0,22	Blei	0,03

Beispiele 1. Der Wärmebedarf eines Raums wird mit 1 500 kcal je Stunde (kcal/h) angegeben.
Welche Leistung muß der Heizofen abgeben?

$$P_{kW} = \frac{Q \cdot 60}{860 \cdot t_{min}} = \frac{1\,500 \text{ kcal} \cdot 60}{860 \cdot 60 \text{ min}} = \mathbf{1{,}75 \text{ kW}}$$

2. Welche Temperatur nehmen 20 kg Wasser (20 Liter) von 15 °C an, wenn sie 40 min mit einem 2 kW-Tauchsieder erwärmt werden?

$$\vartheta_w = \vartheta_k + \frac{P_{kW} \cdot t_{min} \cdot 860}{c \cdot m \cdot 60} = 15\,^\circ\text{C} + \frac{2 \text{ kW} \cdot 40 \text{ min} \cdot 860}{1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}} 20 \text{ kg} \cdot 60}$$

$$= 15\,^\circ\text{C} + 57{,}3 \text{ grd} \approx \mathbf{72\,^\circ\text{C}}$$

3. In welcher Zeit werden 60 l Öl von 15 °C auf 95 °C gebracht? Die Leistung des Wärmegerätes beträgt 4,5 kW. Wärmeverluste nicht beücksichtigt!

$$t_{min} = \frac{c \cdot m(\vartheta_w - \vartheta_k) \cdot 60}{860 \cdot P_{kW}} = \frac{0{,}45 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot 100 \text{kg} \, (95 - 15)\,^\circ\text{C} \cdot 60}{860 \cdot 4{,}5 \text{ kW}}$$

$$= \frac{129\,600}{3\,870} \text{ min} = \mathbf{33{,}5 \text{ min}}$$

17. Magnetischer Kreis

Jeder stromdurchflossene Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben. Bei einer Spule summieren sich die Felder der einzelnen Windungen zu einem Gesamtfeld.

1. Die elektrische **Durchflutung** Θ ist das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl.

$$\Theta = I \cdot N$$

1 A (früher auch AW) = 1 A · 1 Wdg

2. Die magnetische **Feldstärke** H ist der Anteil der Durchflutung Θ pro cm Flußweg.

$$H = \frac{\Theta}{l} \quad \text{oder} \quad H = \frac{I \cdot N}{l}$$

$$1\,\frac{\text{A}}{\text{cm}} = \frac{1\,\text{A}}{1\,\text{cm}}$$

$$1\,\frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{1\,\text{A}}{1\,\text{m}}$$

3. Die **magnetische Flußdichte** B ist das Produkt aus Permeabilität und Feldstärke.

$$B = \mu \cdot H$$

$$1\,\text{G} = \frac{1\,\text{G} \cdot 1\,\text{cm}}{1\,\text{A}} \cdot \frac{1\,\text{A}}{1\,\text{cm}} \qquad 1\,\text{T} = 1\,\frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 1\,\frac{\text{A}}{\text{m}}$$

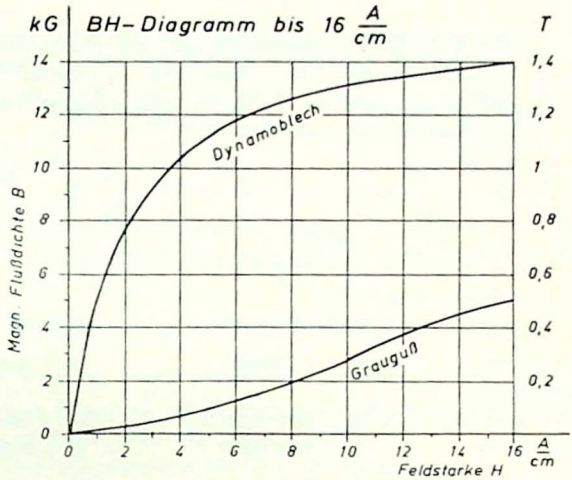
Für Luft und Vakuum gilt $\mu_0 = 1{,}257$

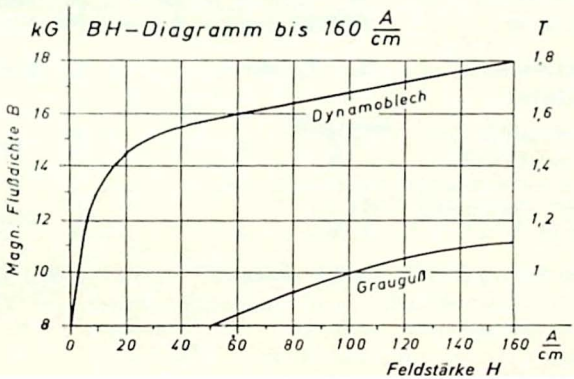
$$B_{\text{Luft}} = 1{,}257 \cdot H$$

Andere Stoffe, vor allem Eisenlegierungen (Eisenkern), haben eine weitaus höhere Permeabilität.

Die relative Permeabilitätszahl μ_r gibt an, wievielmal besser als Luft der Stoff den magnetischen Fluß leitet.

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$$


kG
BH–Diagramm bis 16 A/cm
T
Dynamoblech
Grauguß
Magn. Flußdichte B
Feldstärke H
A/cm


kG
BH–Diagramm bis 160 A/cm
T
Dynamoblech
Grauguß
Magn. Flußdichte B
Feldstärke H
A/cm

Bei Eisenkernen verändert sich die Permeabilität mit der Feldstärke H. Die Flußdichte B wird deshalb nicht errechnet, sondern Tabellen oder Magnetisierungskurven der Kernbleche entnommen.

4. **Der magnetische Fluß Φ ist das Produkt aus Flußdichte und Durchdringungsfläche.**

$$\Phi = B \cdot A$$

$1\ \text{M} = 1\ \text{G} \cdot 1\ \text{cm}^2$

$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot 1\ \text{m}^2$

Größe	Einheit (CGS)	Einheit (MKSA)
I Stromstärke	A Ampere	A Ampere
N Windungszahl		
l mittlere Flußweglänge	cm Zentimeter	m Meter
Θ Durchflutung	A Ampere	A Ampere
H Magnetische Feldstärke	$\frac{\text{A}}{\text{cm}}$ Ampere je cm Flußweg	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$ Ampere je m Flußweg
B Magnetische Flußdichte	G Gauß	T Tesla
μ_0 Permeabilität des Vakuums (Luft)	$\frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}}$	$\frac{\text{H}}{\text{m}}$ Henry je Meter
μ_r relative Permeabilitätszahl	$\frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}}$	$\frac{\text{H}}{\text{m}}$ Henry je Meter
Φ Magnetischer Fluß	M Maxwell	Wb Weber
A Durchdringungsfläche des magnetischen Flusses	cm^2 Quadratzentimeter	m^2 Quadratmeter

Umrechnungstabelle der CGS- und MKSA- Einheiten		
Größe	CGS-Einheit	MKSA Einheit
Magnetische Feldstärke H	$1\ \frac{A}{cm} = 10^{-2}\ \frac{A}{m}$	$1\ \frac{A}{m} = 100\ \frac{A}{cm}$
Magnetische Flußdichte B	$1\ G = 10^{-4}\ T = \frac{10^{-8}\ Wb}{cm^2}$	$1\ T = 10^4\ G = 10^4\ \frac{M}{cm^2}$
Magnetischer Fluß Φ	$1\ M = 10^{-8}\ Wb = 10^{-8}\ Vs$	$1\ Wb = 10^8\ M = 1\ Vs$

Beispiele 1. Die Stromstärke in der Spule des Elektromagneten nach der Abb. Seite 52 beträgt 2 A.
Der magnetische Fluß ist zu berechnen.

$\Theta = I \cdot N = 2\ A \cdot 1200 = 2400\ A$

l in mm $= 2 \cdot 20 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 10 \cdot 3{,}14 = 222{,}8 = 22{,}28$ cm

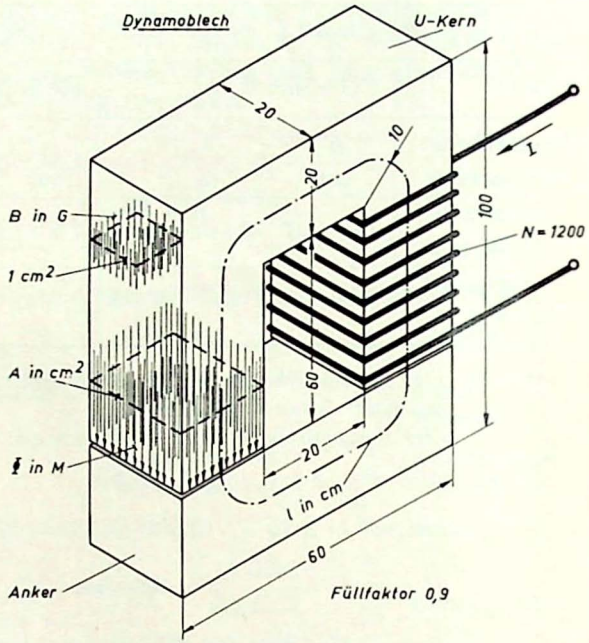
$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{2400\ A}{22{,}28\ cm} = \mathbf{108\ A/cm}$

$B = 17$ kG (Wert dem BH-Diagramm entnommen)

$\Phi = B \cdot A_{Fe}$ $\qquad A_{Fe} = 0{,}9 \cdot A = 0{,}9 \cdot 4\ cm^2 = 3{,}6\ cm^2$

$= 17 \cdot 10^3\ G \cdot 3{,}6\ cm^2 = \mathbf{61\,000\ M} = 6{,}1 \cdot 10^{-4}\ Wb$

0,9 = angenommener Füllfaktor des Blechpakets. Die restlichen 10 % sind Isolierung zwischen den Blechen.



2. Welche Stromstärke erzeugt in demselben Elektromagneten einen magnetischen Fluß von 30000 Maxwell?

$$B = \frac{\Phi}{A_{Fe}} = \frac{30000\ \text{M}}{3{,}6\ \text{cm}^2} = 8350\ \text{G}$$

$H = 2{,}4$ A/cm (Wert dem BH-Diagramm entnommen, Abb. Seite 49)

$$\Theta = H \cdot l = 2{,}4 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 22{,}3 \text{ cm} = 53{,}5 \text{ A}$$

$$I = \frac{\Theta}{N} = \frac{53{,}5 \text{ A}}{1200} = \mathbf{0{,}0446 \text{ A} \approx 45 \text{ mA}}$$

3. Welche Felddichte B entsteht bei einer Stromstärke von 1 A in einem Luftspalt von 4 mm zwischen Anker und U-Kern desselben Elektromagneten?

$$\Theta = I \cdot N = 1 \text{ A} \cdot 1200 = 1200 \text{ A}$$

Bei Vernachlässigung des Eisenweges gilt :

$$H_{\text{Luft}} = \frac{\Theta}{l_{\text{Luft}}} = \frac{1200 \text{ A}}{2 \cdot 0{,}4 \text{cm}} = 1500 \text{ A/cm}$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 1{,}257 \cdot 1500 \text{ G} = \mathbf{1880 \text{ G}} = 0{,}188 \text{ T}$$

Kraftwirkung von Magneten

Die Zugkraft eines Magneten ist proportional dem Quadrat der Felddichte B und der vom magnetischen Fluß durchsetzten Fläche A.

$$F = \left(\frac{B}{5000}\right)^2 \cdot A \qquad \text{oder} \qquad F = 4B^2 \cdot A$$

$$1 \text{ kp} = \left(\frac{1 \text{ G}}{5000}\right)^2 \cdot 1 \text{ cm}^2 \qquad \text{oder} \qquad 1 \text{ kp} = 4 \text{ T}^2 \cdot 1 \text{ cm}^2$$

B in Gauß

$$B = 5000 \cdot \sqrt{\frac{F}{A}}$$

$$A = \frac{F}{\left(\frac{B}{5000}\right)^2}$$

B in Tesla

$$B = \sqrt{\frac{F}{4A}}$$

$$A = \frac{F}{4B^2}$$

Größe		Einheit	
F	Kraft	kp	Kilopond
B	Magnetische Flußdichte	G	Gauß oder T Tesla
A	vom magnetischen Fluß durchsetzte Fläche	cm^2	Quadratzentimeter

1 Newton ≈ 0,102 Kilopond; 1 kp ≈ 9,8 N

Beispiele 1. Welche Zugkraft weist ein Elektromagnet (Abb. Seite 52) auf, wenn die Stromstärke 1,5 A beträgt und der Luftspalt zwischen Anker und U-Kern 5 mm groß ist?

$\Theta = I \cdot N = 1{,}5\ \text{A} \cdot 1200 = 1800\ \text{A}$

Bei Vernachlässigung des Eisenweges und der Streuungsverluste gilt:

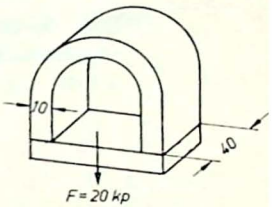
$$H_{Luft} = \frac{\Theta}{l_{Luft}} = \frac{1800\ \text{A}}{2 \cdot 0{,}5\text{cm}} = \frac{1800\ \text{A}}{1\ \text{cm}} = 1800\ \text{A/cm}$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 1{,}257 \cdot 1800\ \text{A/cm} = 2260\ \text{G}$$

$$F = \left(\frac{B}{5000}\right)^2 \cdot A = \left(\frac{2260\ \text{G}}{5000}\right)^2 \cdot 2 \cdot 4\ \text{cm}^2 = 0{,}45^2 \cdot 8\ \text{kp}$$

$$= 0{,}2 \cdot 8\ \text{kp} = \mathbf{1{,}6\ kp}$$

2. Ein Hufeisen-Dauermagnet trägt an seinem Anker 20 kp (Gewicht des Ankers eingeschlossen).
Wie groß ist die magnetische Flußdichte?



$A = 2 \cdot 1\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 8\ \text{cm}^2$

Lösung 1 (B in Gauß)

$$B = 5000 \sqrt{\frac{F}{A}} = 5000 \sqrt{\frac{20\ \text{kp}}{8\ \text{cm}^2}} = 5000 \sqrt{2{,}5}\ \text{G}$$

$$= 5000 \cdot 1{,}58\ \text{G} = \mathbf{7{,}9\ kG}$$

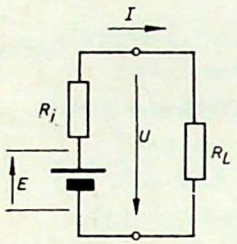
Lösung 2 (B in Tesla)

$$B = \sqrt{\frac{F}{4A}} = \sqrt{\frac{20\ \text{kp}}{4 \cdot 8\ \text{cm}^2}} = \sqrt{\frac{20}{32}}\ \text{T}$$

$$= \sqrt{0{,}625}\ \text{T} = \mathbf{0{,}79\ T}$$

18. Chemische Spannungsquellen

18.1 Primärelemente



Der Strom in einem Elementenkreis ist gleich dem Quotienten aus der Leerlaufspannung (Elektromotorische Kraft) und der Summe von Innen- und Lastwiderstand.

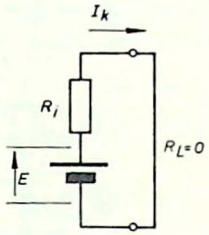
$$I = \frac{E}{R_i + R_L}$$

Die Klemmenspannung ist um den Spannungsabfall am Innenwiderstand kleiner als die Elektromotorische Kraft.

$$U = E - I \cdot R_i \quad \text{oder} \quad U = I \cdot R_L$$

Der Innenwiderstand ist gleich dem Quotienten aus dieser Differenzspannung und dem Strom.

$$R_i = \frac{E - U}{I}$$



Der Kurzschlußstrom wird nur durch R_i begrenzt.

$$I_k = \frac{E}{R_i}$$

Größe		Einheit	
E	Leerlaufspannung	V	Volt
U	Klemmenspannung	V	Volt
R_i	Innenwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm
I	Strom	A	Ampere
I_k	Kurzschlußstrom	A	Ampere

Beispiele 1. An ein Element, Leerlaufspannung $E = 1{,}5$ V, Innenwiderstand $R_i = 0{,}2\,\Omega$, wird der Lastwiderstand $R_L = 2{,}8\,\Omega$ geschaltet.
Wie groß sind I und U?

Strom

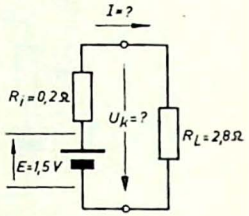
$$I = \frac{E}{R_i + R_L} = \frac{1{,}5\text{ V}}{0{,}2\,\Omega + 2{,}8\,\Omega} = \frac{1{,}5\text{ V}}{3\,\Omega} = \mathbf{0{,}5\text{ A}}$$

Klemmenspannung

$$U = E - I \cdot R_i$$
$$= 1{,}5\ \text{V} - 0{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}2\ \Omega$$
$$= 1{,}5\ \text{V} - 0{,}1\ \text{A} \cdot \Omega$$
$$= \mathbf{1{,}4\ V}$$

oder

$$U = I \cdot R_L = 0{,}5\ \text{A} \cdot 2{,}8\ \Omega$$
$$= \mathbf{1{,}4\ V}$$

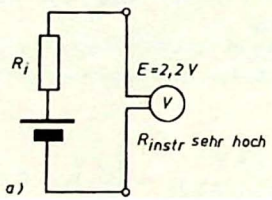


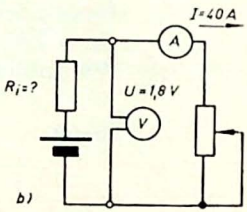
2. Der Innenwiderstand eines Elements ist zu ermitteln!

a) Die Leerlaufspannung wird mit einem hochohmigen Instrument gemessen ($E = 2{,}2$ V).

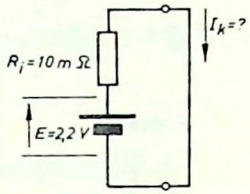
b) Bei einem Strom von 40 A sinkt die Klemmenspannung auf 1,8 V.

$$R_i = \frac{E - U}{I} = \frac{2{,}2\ \text{V} - 1{,}8\ \text{V}}{40\ \text{A}} = \frac{0{,}4\ \text{V}}{40\ \text{A}} = 0{,}01\Omega = \mathbf{10\,m\Omega}$$





Welcher Kurzschlußstrom würde bei einer direkten Verbindung der Klemmen dieses Elements fließen?



$$I_k = \frac{E}{R_i} = \frac{2{,}2\ \text{V}}{0{,}01\ \Omega} = 220\ \text{A}$$

18.2 Akkumulatoren

In Akkumulatoren wird zugeführte elektrische Energie in chemische Energie umgewandelt. Ca. 70% der zugeführten Energie kann als elektrische Energie entnommen werden (Ladung — Entladung).
Die Kapazität eines Akkumulators ist gleich dem Produkt aus Stromstärke und Entladezeit.

Kapazität

$$K = I \cdot t$$

Die *Nennkapazität* gilt nur für die vom Hersteller angebenen Werte für Entladezeit und Entladestrom.

Die Entladezeit hängt von der Belastung ab: Hoher Entladestrom — kurze Entladezeit; geringer Entladestrom — lange Entladezeit.

Entladezeit

$$t = \frac{K}{I}$$

Entladestrom

$$I = \frac{K}{t}$$

Größe		Einheit	
K	Kapazität	Ah	Amperestunde
I	Stromstärke	A	Ampere
t	Entladezeit	h	Stunde

Beispiele 1. Eine Nickel-Cadmium-Knopfzelle hat eine Nennkapazität von 150 mAh. Welche Stromstärke ist bei 7,5stündiger Entladung möglich?

$$I = \frac{K}{t} = \frac{150\ \text{mAh}}{7{,}5\ \text{h}} = \mathbf{20\ mA}$$

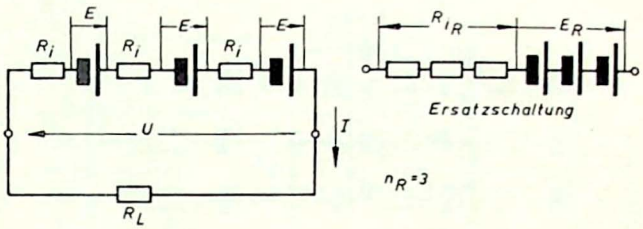
2. Wie lange darf eine Quecksilberzelle mit der Kapazität von 14 Ah durch den Entladestrom $I = 50$ mA belastet werden?

$$t = \frac{K}{I} = \frac{14\ \text{Ah}}{50 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{14 \cdot 10^{3}\ \text{Ah}}{50\ \text{A}} = \mathbf{280\ h}$$

18.3 Batterien

Elektrische Batterien sind Reihen-, Parallel- oder Gruppenschaltungen gleichartiger Elemente oder Akkumulatoren.

a) *Reihenschaltung*



Innenwiderstand

Der Innenwiderstand der Reihenschaltung ist gleich der Summe der Zellen-Innenwiderstände.

$$R_{i_R} = n_R \cdot R_i$$

n_R = Anzahl der Zellen (Elemente, Einheiten)

Leerlaufspannung

Die Leerlaufspannung der Reihenbatterie ist gleich der Summe der Zellen-Leerlaufspannungen.

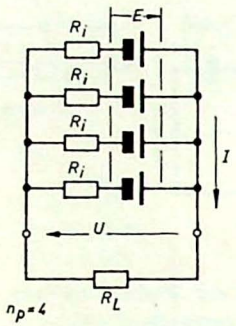
$$E_R = n_R \cdot E$$

Kapazität

Die Kapazität einer Reihenbatterie von Akkumulatorzellen ist gleich der Kapazität einer Einzelzelle.

$$K_R = K$$

b) *Parallelschaltung*



Innenwiderstand

Der Innenwiderstand einer Batterie aus parallelgeschalteten Elementen ist gleich dem Innenwiderstand einer Zelle, geteilt durch die Anzahl der Zellen.

$$R_{iP} = \frac{R_i}{n_P}$$

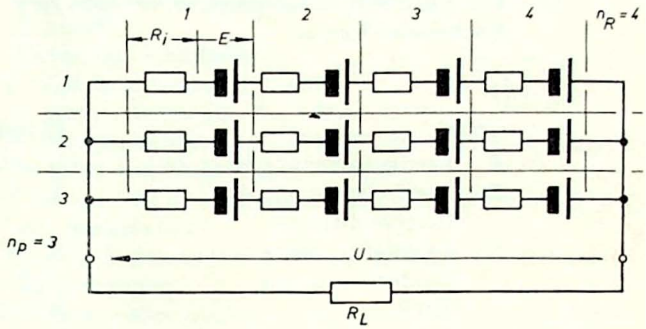
n_P = Anzahl der parallelgeschalteten Zellen

Kapazität

Die Kapazität einer Batterie aus parallelgeschalteten Elementen ist gleich der Summe der Zellenkapazitäten.

$$K_P = n_P \cdot K$$

c) *Gruppenschaltung*



Die Leerlaufspannung der Batterie ist gleich der Summe der in Reihe liegenden Zellen-Leerlaufspannungen.

$$E_G = n_R \cdot E$$

Der Innenwiderstand einer Batterie in Gruppenschaltung ist gleich der Summe der Zellen-Innenwiderstände einer Reihe, dividiert durch die Zahl der parallelgeschalteten Reihen.

$$R_{i_G} = \frac{n_R}{n_P} \cdot R_i$$

Kapazität von Akkumulator-Gruppenschaltungen

Die Kapazität steigt proportional der Zahl der parallelgeschalteten Reihen.

$$K_G = n_P \cdot K$$

Größe		Einheit	
E	Leerlaufspannung einer Zelle	V	Volt
E_R	Leerlaufspannung der Reihenschaltung	V	Volt
E_G	Leerlaufspannung der Gruppenschaltung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
U	Klemmenspannung	V	Volt
R_i	Innenwiderstand einer Zelle	Ω	Ohm
R_{i_R}	Innenwiderstand der Reihenschaltung	Ω	Ohm
R_{i_P}	Innenwiderstand der Parallelschaltung	Ω	Ohm
R_{i_G}	Innenwiderstand der Gruppenschaltung	Ω	Ohm
K	Kapazität einer Zelle	Ah	Amperestunde
K_R	Kapazität der Reihenschaltung	Ah	Amperestunde
K_P	Kapazität der Parallelschaltung	Ah	Amperestunde
K_G	Kapazität der Gruppenschaltung	Ah	Amperestunde
n_R	Anzahl der in Reihe geschalteten Zellen		
n_P	Anzahl der parallelgeschalteten Zellen		

Beispiel Eine Akkumulatoren-Batterie in Gruppenschaltung besteht aus 3 parallelgeschalteten Reihen von je 4 Zellen (Abb. Seite 63).

Daten der Einzelzelle :

Leerlaufspannung $E = 2{,}2$ V

Innenwiderstand $R_I = 25$ m Ω

Nennkapazität $K = 48$ Ah bei 6stündiger Entladung

Welche Kapazität hat die Batterie?

Wie groß ist der Nennstrom der Zelle, wie groß derjenige der Batterie?

Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Batterie sind zu berechnen!

Welche Klemmenspannung stellt sich beim Batterie-Nennstrom ein?

Der Lastwiderstand für den Batterie-Nennstrom und der Kurzschlußstrom sind zu berechnen!

Batterie-Nennkapazität

$$K_G = n_P \cdot K = 3 \cdot 48 \text{ Ah} = \mathbf{144 \text{ Ah}}$$

Zellen-Nennstrom

$$I = \frac{K}{t} = \frac{48 \text{ Ah}}{6 \text{ h}} = \mathbf{8 \text{ A}}$$

Batterie-Nennstrom

$$I_G = \frac{K_G}{t} = \frac{144 \text{ Ah}}{6 \text{ h}} = \mathbf{24 \text{ A}}$$

Batterie-Leerlaufspannung

$$E_G = n_R \cdot E = 4 \cdot 2{,}2 \text{ V} = \mathbf{8{,}8 \text{ V}}$$

Batterie-Innenwiderstand

$$R_{iG} = \frac{n_R}{n_P} \cdot R_l = \frac{4}{3} \cdot 25\,\text{m}\Omega = \mathbf{33{,}3\ m\Omega}$$

Batterie-Klemmenspannung

$$U_G = E_G - I \cdot R_{iG} = 8{,}8\,\text{V} - 24\,\text{A} \cdot 0{,}0\bar{3}\,\Omega$$
$$= 8{,}8\,\text{V} - 0{,}8\,\text{A} \cdot \Omega = \mathbf{8\ V}$$

Lastwiderstand

$$R_L = \frac{U_G}{I} = \frac{8\,\text{V}}{24\,\text{A}} = 0{,}\bar{3}\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = \mathbf{0{,}\bar{3}\,\Omega} = \mathbf{\tfrac{1}{3}\,\Omega}$$

Kurzschlußstrom

$$I_k = \frac{E_G}{R_{iG}} = \frac{8{,}8\,\text{V}}{33{,}\bar{3} \cdot 10^{-3}\,\Omega} = \mathbf{264\ A}$$

19. Kondensator im Gleichstromkreis

19.1 Kondensator-Ladung

Die Spannung U_c zwischen den Platten des Kondensators ist gleich dem Quotienten aus der aufgeladenen Elektrizitätsmenge Q und der Kapazität C :

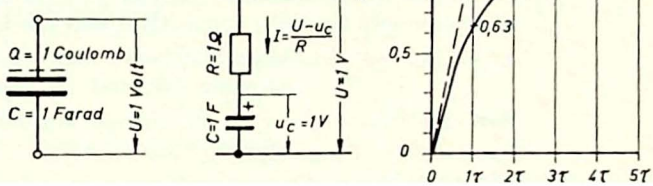
$$U_c = \frac{Q}{C} \qquad 1\,\mathrm{V} = \frac{1\,\mathrm{C}}{1\,\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{A}\cdot 1\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{F}} \qquad C = \frac{Q}{U_c} \qquad Q = U_c \cdot C$$

Die Spannung $U = 1$ Volt lädt auf den Kondensator mit der Kapazität $C = 1$ Farad die Elektrizitätsmenge $Q = 1$ Coulomb $= 1$ Amperesekunde.

In der Schaltung (siehe Abb.) ist der Ladestrom im Einschaltmoment $I = \frac{U}{R} = \frac{1\,\mathrm{V}}{1\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}$.

Flösse der Strom in gleicher Stärke weiter, wäre der Kondensator in der Zeit $t = 1$ s auf $U_c = U$ geladen ($Q = 1$ As).

Die Ladezeit ist unabhängig von der Betriebsspannung, weil sich der Strom proportional der Spannung ändert. Sie wird deshalb **Zeitkonstante** genannt.



Die Zeitkonstante τ ist das Produkt aus Widerstand R und Kapazität C.

$$\tau = R \cdot C \qquad 1\,s = 1\,\Omega \cdot 1\,F \qquad R = \frac{\tau}{C} \qquad C = \frac{\tau}{R}$$

Die Zeitkonstante τ gibt an, nach welcher Zeit, vom Beginn der Ladung an gerechnet, die Kondensatorspannung 63% der Ladespannung beträgt.
Die Kondensatorspannung u_c steigt während der Ladung und wirkt der Lade-Spannung U entgegen, so daß die Ladestromstärke vermindert und der Spannungsanstieg am Kondensator verlangsamt wird. Die Spannung steigt nicht linear an, sondern nach einer e-Funktion.
Nach der Zeit τ, also nach *einer* Zeitkonstanten ist u_c nicht gleich U, sondern nur 0,63 = 63% von U (Abb.).
In der Ladezeit t liegen n_τ Zeitkonstanten.

$$n_\tau = \frac{t}{\tau} \qquad \tau = \frac{t}{n_\tau} \qquad t = n_\tau \cdot \tau$$

Durch die in der Ladezeit liegende Anzahl der Zeitkonstanten n_τ wird die Höhe von u_c als Anteil von U bestimmt:

$u_c = U \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ (Augenblickswert der Kondensatorspannung während der Ladung)

Weil der Faktor $(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ als einzige Veränderliche den Exponenten $^{-}{}_{\tau}$ hat, kann er als Ladefaktor k_L für verschiedene Werte dieses Exponenten in Tabellen erfaßt werden (Tabelle Seiten 76-77).

Während der Ladung ist die Augenblicksspannung u_c am Kondensator gleich dem Produkt aus Ladespannung U und Ladefaktor k_L

$$u_c = U \cdot k_L \qquad k_L = \frac{u_c}{U}; \qquad U = \frac{u_c}{k_L}$$

Liegt am Kondensator schon die Spannung U_{c1}, und soll diese durch die Spannung U auf den höheren Wert U_{c2} gebracht werden, so ist die wirksame Spannung nur noch $U - U_{c1}$. Es braucht aber nicht mehr U_{c2}, sondern nur die Differenz $U_{c2} - U_{c1}$ zugeladen zu werden.
Der Ladefaktor ist in diesem Fall gleich dem Quotienten aus den Differenzspannungen.

$$k_L = \frac{U_{c2} - U_{c1}}{U - U_{c1}}$$

Die Ladestromkurve nimmt einen der Kondensatorspannung entgegengesetzten Verlauf.

$i = I \cdot e^{-\tau}$ (Augenblickswert der Ladestromstärke)

Daraus folgt :

$$i = I \cdot (1 - k_L) \qquad I = \frac{i}{1 - k_L} \qquad k_L = 1 - \frac{i}{I}$$

19.2 Kondensator-Entladung

Durch die Entladung sinkt die Kondensatorspannung. Der Verlauf der Spannung folgt ebenfalls einer e-Funktion.

$u_c = U_c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ (Augenblickswert der Spannung am Kondensator während der Entladung)

Der Faktor $e^{-\frac{t}{\tau}}$ ist gleich $1 - k_L$.

Somit läßt sich der Augenblickswert der Kondensatorspannung während der Entladung auch mit dem Tabellenwert für den Ladefaktor k_L bestimmen :

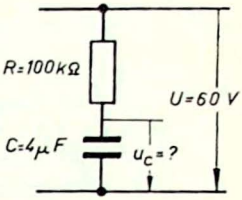
$$u_c = U_{c1} \cdot (1 - k_L) \qquad U_{c1} = \frac{u_{c2}}{1 - k_L} \qquad k_L = 1 - \frac{u_{c2}}{U_{c1}}$$

Der Entladestromverlauf entspricht der Ladestromkurve.

$i = I \cdot (1 - k_L)$ (Augenblickswert der Stromstärke während der Entladung)

Größe		Einheit
C	Kapazität	F Farad
Q	Elektrizitätsmenge	C Coulomb
U	Spannung	V Volt
U_c	Spannung am Kondensator	V Volt
u_c	Augenblickswert der Kondensatorspannung während Ladung oder Entladung	V Volt
I	Stromstärke zu Beginn von Ladung oder Entladung	A Ampere
i	Augenblickswert des Lade- oder Entladestroms	A Ampere
t	Lade- oder Entladezeit	s Sekunde
τ	Zeitkonstante	s Sekunde
n_τ	Anzahl der Zeitkonstanten während der Lade- oder Entladezeit	
e	„natürliche Zahl" = 2,71828	
k_L	Ladefaktor	

Beispiele 1. Auf welche Spannung wird ein Kondensator von 4 μF durch die Betriebsspannung von 60 Volt in 0,6 Sekunden aufgeladen, wenn der Ladewiderstand 100 kOhm groß ist?



1. Zeitkonstante ausrechnen :

$$\tau = R \cdot C = 0{,}1 \cdot 10^6\,\Omega \cdot 4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} = 0{,}4\,\mathrm{s}$$

2. Anzahl der Zeitkonstanten in der Ladezeit errechnen :

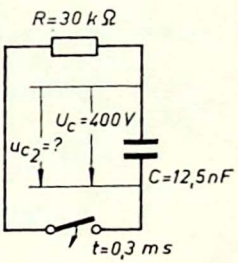
$$n_\tau = \frac{t}{\tau} = \frac{0{,}6\,\mathrm{s}}{0{,}4\,\mathrm{s}} = 1{,}5$$

3. Ladefaktor k_L für $n_\tau = 1{,}5$ der Tabelle entnehmen : $k_L = 0{,}777$.

4. Kondensatorspannung berechnen :

$$u_c = U \cdot K_L = 60\,\mathrm{V} \cdot 0{,}777 = \mathbf{46{,}62\,V}$$

2. Auf welchen Wert sinkt die Kondensatorspannung von 400 V, wenn ein Kondensator von 12,5 nF 0,3 ms lang durch einen Widerstand von 30 kOhm entladen wird?



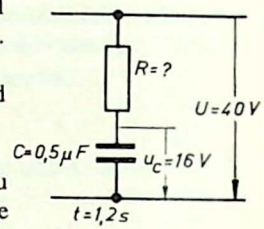
$$\tau = R \cdot C = 30 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F} = 375 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s} = 375\,\mu\mathrm{s}$$

$$n_\tau = \frac{t}{\tau} = \frac{300 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}}{375 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}} = 0{,}8$$

$k_L = 0{,}551$ (Tabellenwert bei 0,8 Zeitkonstanten)

$$u_{c2} = U_{c1} \cdot (1 - k_L) = 400\ \text{V} \cdot (1 - 0{,}551) = 400 \cdot 0{,}449\ \text{V}$$
$$= 179{,}6\ \text{V} \approx 180\ \text{V}$$

3. Ein Kondensator von 0,5 μF soll in 1,2 s auf 16 V geladen werden. Die Betriebsspannung ist 40 V. Wie groß muß der Ladewiderstand sein?



In dieser Aufgabe ist n_τ nicht zu errechnen, sondern muß der Tabelle entnommen werden!

1. Ladefaktor errechnen :

$$k_L = \frac{u_c}{U} = \frac{16\ \text{V}}{40\ \text{V}} = 0{,}4$$

2. Anzahl der Zeitkonstanten n_τ der Tabelle entnehmen

$n_\tau = 0{,}51$ bei $k_L = 0{,}400$

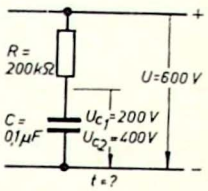
3. Zeitkonstante berechnen :

$$\tau = \frac{t}{n_\tau} = \frac{1{,}2\ \text{s}}{0{,}51} = 2{,}355\ \text{s}$$

4. Ladewiderstand berechnen :

$$R = \frac{\tau}{c} = \frac{2{,}355\ \text{s}}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{F}} = \frac{2{,}355 \cdot 10^6}{0{,}5}\ \Omega$$
$$= 4{,}7 \cdot 10^6\ \Omega = \mathbf{4{,}7\ M\Omega}$$

4. Ein Kondensator von 0,1 μF mit der Spannung $U_{c1} = 200$ V soll durch die Spannung $U = 600$ V über einen Widerstand von 200 kΩ auf $U_{c2} = 400$ V aufgeladen werden. Welche Ladezeit wird benötigt?



1. Ladefaktor berechnen:

$$k_L = \frac{U_{c2} - U_{c1}}{U - U_{c1}} = \frac{400\text{ V} - 200\text{ V}}{600\text{ V} - 200\text{ V}} = \frac{200\text{ V}}{400\text{ V}} = 0{,}5$$

2. n_τ ermitteln:

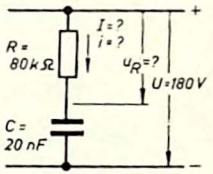
$n_\tau = 0{,}694$ (Tabellenwert bei $k_L = 0{,}5$)

3. Zeitkonstante und Ladezeit berechnen:

$\tau = R \cdot C = 200 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}\text{ F} = 20 \cdot 10^{-3}\text{ s} = 20\text{ ms}$

$t = n_\tau \cdot \tau = 0{,}694 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\text{ s} = 13{,}88 \cdot 10^{-3}\text{ s} = \mathbf{14{,}88\text{ ms}}$

5. Die Reihenschaltung von $R = 80\,\text{k}\Omega$ und $C = 20$ nF liegt an der Spannung $U = 180$ V.
Die Stromstärke I zu Beginn der Ladung ist zu berechnen!
Wie groß sind Ladestrom i und die Spannung am Widerstand u_R nach einer Ladezeit von 2 Millisekunden?



1. I berechnen:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{180\text{ V}}{80 \cdot 10^3\,\Omega} = 2{,}25\text{ mA}$$

2. τ und n_τ berechnen :

$$\tau = R \cdot C = 80 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 20 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F} = 1\,600 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$
$$= 1{,}6\,\mathrm{ms}$$

$$n_\tau = \frac{t}{\tau} = \frac{2\,\mathrm{s}}{1{,}6\,\mathrm{s}} = 1{,}25$$

3. Ladefaktor der Tabelle entnehmen :

$k_\mathrm{L} = 0{,}713$ (Tabellenwert zwischen $n = 1{,}2$ und $1{,}3$)

4. Ladestrom i und Spannung u_R berechnen :

$$i = I \cdot (1 - k_\mathrm{L}) = 2{,}25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} \cdot (1 - 0{,}713)$$
$$= 2{,}25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} \cdot 0{,}287 = \mathbf{0{,}646\ mA}$$
$$u_\mathrm{R} = i \cdot R = 0{,}646 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} \cdot 80 \cdot 10^3\,\Omega = 0{,}646 \cdot 80\,\mathrm{V}$$
$$= \mathbf{51{,}7\ V}$$

19.3 Kondensator-Energie

Die vom Kondensator gespeicherte Energie ist :

$$W = \frac{U_\mathrm{c}^2 \cdot C}{2} \qquad 1\,\mathrm{Ws} = \frac{1\,\mathrm{V^2 \cdot 1\,F}}{2} \qquad C = \frac{2\,\mathrm{W}}{U_\mathrm{c}^2}; \qquad U_\mathrm{c} = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{W}}{C}}$$

Größe		Einheit	
W	Energie	Ws	Wattsekunde
C	Kapazität	F	Farad
U_c	Spannung des Kondensators	V	Volt

Beispiele 1. Welche Energie steckt in einem Kondensator von 40 μF bei einer Kondensatorspannung von 250 V?

$$W = \frac{U_c^2 \cdot C}{2} = \frac{(250\ \text{V})^2 \cdot 40 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}{2}$$

$$= 62{,}5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \text{Ws} = 1250 \cdot 10^{-3}\ \text{Ws}$$

$$= \mathbf{1{,}25\ Ws}$$

2. Ein Elektronenblitz soll eine elektrische Energie von 120 Ws speichern. Wie groß muß der Blitzkondensator sein, wenn die Betriebsspannung 600 V beträgt?

$$C = \frac{2\ W}{U_c^2} = \frac{2 \cdot 120\ \text{Ws}}{(0{,}6 \cdot 10^3\ \text{V})^2} = \frac{240}{0{,}36 \cdot 10^6}\ \text{F}$$

$$= 666 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = \mathbf{666\ \mu F}$$

3. Außen- und Innenbelag eines Bildröhrenkolbens bilden einen Kondensator.
Welche Energie nimmt er bei einer Kapazität von 2 nF und einer Spannung von 17 kV auf?

$$W = \frac{U_c^2 \cdot C}{2} = \frac{(17 \cdot 10^3\ \text{V})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ \text{F}}{2}$$

$$= 289 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-9}\ \text{Ws} = 289 \cdot 10^{-3}\ \text{Ws}$$

$$= \mathbf{0{,}289\ Ws}$$

Ladefaktor $k_L = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$

$n_\tau = 0 - 0{,}99$

n_τ	0	1	2	3	4
0,0	0	0,01	0,02	0,03	0,039
0,1	0,095	0,104	0,113	0,122	0,131
0,2	0,181	0,189	0,197	0,205	0,213
0,3	0,259	0,267	0,274	0,281	0,288
0,4	0,330	0,336	0,343	0,349	0,356
0,5	0,393	0,400	0,405	0,411	0,417
0,6	0,451	0,457	0,462	0,467	0,473
0,7	0,503	0,508	0,513	0,518	0,523
0,8	0,551	0,555	0,560	0,564	0,568
0,9	0,593	0,597	0,601	0,605	0,609

Ladefaktor $k_L = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$

$n_\tau = 1 - 9{,}9$

n_τ	0	,1	,2	,3	,4
1,	0,632	0,667	0,699	0,727	0,753
2,	0,865	0,878	0,889	0,900	0,9093
3,	0,9502	0,9550	0,9592	0,9631	0,9666
4,	0,9817	0,9834	0,9850	0,9864	0,9877
5,	0,993262	0,993903	0,994483	0,995008	0,995483
6,	0,997521	0,997757	0,997971	0,998164	0,99834
7,	0,9990881	0,9991749	0,9992534	0,9993245	0,999389
8,	0,9996645	0,9996964	0,9997254	0,9997515	0,9997751
9,	0,9998766	0,9998883	0,9998990	0,9999086	0,9999173

Die Ladefaktoren können auch mit dem Rechenstab ermittelt werden (Seiten 18-19) :

$$k_L = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{oder} \quad \boxed{K_L = 1 - \frac{1}{e^{\frac{t}{\tau}}}} \qquad \frac{t}{\tau} = n_\tau$$

5	6	7	8	9
0,049	0,058	0,068	0,077	0,086
0,139	0,148	0,156	0,165	0,173
0,221	0,229	0,237	0,244	0,252
0,295	0,302	0,309	0,316	0,323
0,362	0,369	0,375	0,381	0,387
0,423	0,429	0,434	0,440	0,446
0,478	0,483	0,488	0,493	0,498
0,528	0,532	0,537	0,542	0,546
0,573	0,577	0,581	0,585	0,589
0,613	0,617	0,621	0,625	0,628

,5	,6	,7	,8	,9
0,777	0,798	0,817	0,835	0,850
0,9179	0,9257	0,9328	0,9392	0,9450
0,9698	0,9727	0,9753	0,9776	0,9798
0,9889	0,98995	0,990905	0,99177	0,992553
0,995913	0,996302	0,996654	0,996972	0,997260
0,998497	0,998640	0,998769	0,998886	0,998992
0,999447	0,9994995	0,9995471	0,9995903	0,9996292
0,9997965	0,9998159	0,9998334	0,9998394	0,9998636
0,9999251	0,9999323	0,9999387	0,9999445	0,9999498

Beispiel 1.3 (Seite 71) : Ladefaktor k_L für $n_\tau = 1{,}5$ ist zu bestimmen

$$k_L = 1 - \frac{1}{e^{n_\tau}} = \frac{1}{e^{1,5}}$$

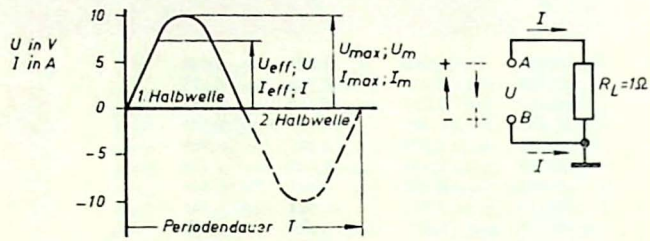
Stabablesung · $e^{1,5} = \mathbf{4{,}48}$

Skala D : 1,5 auf Skala LL_3 : 4,48

$$k_L = 1 - \frac{1}{4{,}48} = 1 - 0{,}223 = \mathbf{0{,}777}$$

20. Wechselstrom-Grundgrößen

Wechsel*ströme* wechseln periodisch ihre *Richtung*
Wechsel*spannungen* wechseln periodisch ihre *Polarität*



Für sinusförmigen Verlauf gilt :

$$U = U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{max}}{1{,}41} = 0{,}707 \cdot U_{max}$$

$U_{max} = U_m$ $\qquad$ $\sqrt{2}$ = Scheitelfaktor

Effektivwert der Spannung (quadratischer Mittelwert)

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad \text{oder} \quad U = 0{,}707 \cdot U_m$$

Effektivwert der Stromstärke (quadratischer Mittelwert)

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{oder} \quad I = 0{,}707 \cdot I_m$$

Scheitelwert der Spannung

$$U_m = \sqrt{2} \cdot U \qquad U_m = 1{,}41 \cdot U$$

Scheitelwert der Stromstärke

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I \qquad I_m = 1{,}41 \cdot I$$

In Wechselspannungskreisen *ohne Phasenverschiebung* zwischen Spannung und Strom ist die elektrische Wirkleistung gleich dem Produkt der Effektivwerte von Wechselspannung und Wechselstrom und damit gleich dem *halben* Produkt der Scheitelwerte von Wechselspannung und Wechselstrom.

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \qquad P = \frac{U_{max} \cdot I_{max}}{2}$$

$$P = U \cdot I \quad 1\,W = 1\,V \cdot 1\,A \qquad P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \quad 1\,W = \frac{1\,V \cdot 1\,A}{2}$$

Bei beliebiger Kurvenform

Nur bei sinusförmigem Verlauf

$$U = \frac{P}{I}\,;\; I = \frac{P}{U}$$

Frequenz und Periodendauer

Die Frequenz in Hz gibt die Anzahl der Perioden (Schwingungen) je Sekunde an.

Frequenz

$$f = \frac{1}{T} \qquad 1\,\text{Hz} = \frac{1}{1\,\text{s}}$$

Periodendauer

$$T = \frac{1}{f} \qquad 1\,\text{s} = \frac{1}{1\,\text{Hz}}$$

Größe		Einheit	
U; U_{eff}	Effektivwert der Wechselspannung	V	Volt
I; I_{eff}	Effektivwert des Wechselstromes	A	Ampere
U_{max}; U_{m}	Scheitel- oder Maximalwert der Wechselspannung	V	Volt
I_{max}; I_{m}	Scheitel- oder Maximalwert des Wechselstromes	A	Ampere
P	Wirkleistung	W	Watt
f	Frequenz	Hz	Hertz
T	Periodendauer	s	Sekunde

Beispiele 1. Die Effektivwerte von Spannung und Stromstärke sowie die Leistung sind für einen Stromkreis mit den Werten $U_{\text{m}} = 10\,\text{V}$, $I_{\text{m}} = 10\,\text{A}$, zu berechnen (Sinusform)!

Effektivwert der Spannung

$U = 0{,}707 \cdot U_{\text{m}} = 0{,}707 \cdot 10\,\text{V} = \mathbf{7{,}07\,V}$

Effektivwert der Stromstärke

$$I = 0{,}707 \cdot I_m = 0{,}707 \cdot 10\ \text{A} = \mathbf{7{,}07\ A}$$

Wirkleistung

$$P = U \cdot I = 7{,}07\ \text{V} \cdot 7{,}07\ \text{A} = \mathbf{50\ W}$$

oder

$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} = \frac{10\ \text{V} \cdot 10\ \text{A}}{2} = \frac{100\ \text{W}}{2} = \mathbf{50\ W}$$

2. Der Scheitelwert und die Periodendauer der Netzwechselspannung 220 V/50 Hz sind zu berechnen!

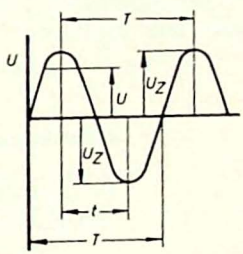
Scheitelwert der Spannung

$$U_m = 1{,}41 \cdot U = 1{,}41 \cdot 220\ \text{V} \approx \mathbf{310\ V}$$

Periodendauer

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\ \text{Hz}} = \frac{1000 \cdot 10^{-3}}{50\ \text{Hz}} = \mathbf{20\ ms}$$

3. Eine Glimmlampe zündet bei $U_Z = 150$ V. Die Wechselspannung (Sinusform) ist zu errechnen, bei deren Scheitelwert die Lampe zündet. Welche Frequenz ist erforderlich, wenn sich die Lichtblitze im Abstand von $t = 4$ ms wiederholen sollen?



Spannung

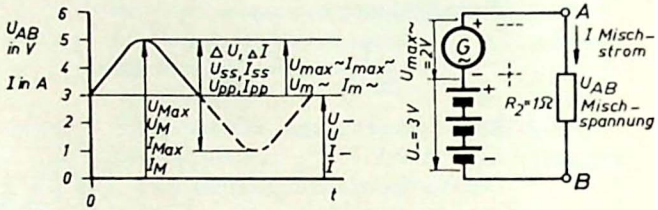
$$U = 0{,}707 \cdot U_{\mathrm{m}} = 0{,}707 \cdot 150\ \mathrm{V} = \mathbf{106\ V}$$

Frequenz

$$T = 2\,t$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}} = \frac{1 \cdot 10^{3}}{8}\ \mathrm{Hz} = \mathbf{125\ Hz}$$

21. Mischspannung — Mischstrom



Effektivwert des Wechselspannungsanteils

$$U_{\mathrm{eff}} = 0{,}707 \cdot U_{\mathrm{m}\sim}$$

Effektivwert des Wechselstromanteils

$$I_{\mathrm{eff}} = 0{,}707 \cdot I_{\mathrm{m}\sim}$$

Der Höchstwert der Mischgröße ist gleich der Summe aus Gleichanteil und Maximalwert (Scheitelwert) des Wechselanteils.

Höchstwert der Mischspannung

$$U_{Max} = U_{-} + U_{m\sim}$$

Höchstwert des Mischstroms

$$I_{Max} = I_{-} + I_{m\sim}$$

Der Minimalwert der Mischgröße ist gleich der Differenz von Gleichwert und Scheitelwert des Wechselanteils (Scheitelwert kleiner als Gleichwert!).

Minimalspannung

$$U_{min} = U_{-} - U_{m\sim}$$

Minimalstrom

$$I_{min} = I_{-} - I_{m\sim}$$

Schwankung, Schwingungsbreite oder Differenzbetrag ist der Unterschied zwischen dem Höchstwert und dem Minimalwert der Mischgröße.

Bei beliebiger Kurvenform gilt :

Spannungsschwankung

$$U_{ss} = U_{Max} - U_{min}$$

Stromschwankung

$$I_{ss} = I_{Max} - I_{min}$$

U_{ss} : Spannung Spitze-Spitze

Statt U_{ss} auch U_{pp} oder ΔU!
Statt I_{ss} auch I_{pp} oder ΔI!
pp : peak to peak (gesprochen piek tu piek)
peak (engl.) : Spitze

Bei symmetrischem Wechselanteil (Sinusverlauf ö.ä.) ist die Schwankung gleich dem doppelten Betrag des Scheitelwertes des Wechselanteils.
Spannungsschwankung

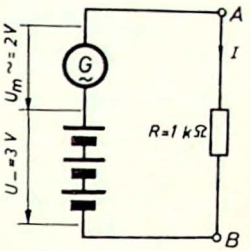
$$U_{ss} = 2 \cdot U_{m\sim}$$

Stromschwankung

$$I_{ss} = 2 \cdot I_{m\sim}$$

Größe		Einheit
U_{-}; U	Gleichspannungsanteil	V Volt
I_{-}; I	Gleichstromanteil	A Ampere
$U_{eff\sim}$; $U_{\sim}$	Effektivwert des Wechselspannungsanteils	V Volt
$I_{eff\sim}$; $I_{\sim}$	Effektivwert des Wechselstromanteils	A Ampere
$U_{max\sim}$; $U_{m\sim}$	Scheitelwert des Wechselspannungsanteils	V Volt
$I_{max\sim}$; $I_{m\sim}$	Scheitelwert des Wechselstromanteils	A Ampere
U_{Max}; U_{M}	Höchstwert der Mischspannung	V Volt
I_{Max}; I_{M}	Höchstwert des Mischstroms	A Ampere
U_{min}	Minimalwert der Mischspannung	V Volt
I_{min}	Minimalwert des Mischstroms	A Ampere
ΔU, U_{ss}, U_{pp}	Schwankung der Mischspannung	V Volt
ΔI, I_{ss}, I_{pp}	Schwankung des Mischstroms	A Ampere

Beispiele 1. In der nebenstehenden Schaltung sind alle nicht gegebenen Größen zu berechnen!



Effektivwert des Wechselspannungsanteils

$$U_\sim = 0{,}707 \cdot U_{m\sim} = 0{,}707 \cdot 2\ \text{V} = \mathbf{1{,}41\ V}$$

Effektivwert des Wechselstromanteils

$$I_\sim = 0{,}707 \cdot I_{m\sim} = 0{,}707 \cdot 2\ \text{mA} = \mathbf{1{,}41\ mA}$$

Höchstwert der Mischspannung

$$U_M = U_- + U_{m\sim} = 3\ \text{V} + 2\ \text{V} = \mathbf{5\ V}$$

Höchstwert des Mischstroms

$$I_M = I_- + I_{m\sim} = 3\ \text{mA} + 2\ \text{mA} = \mathbf{5\ mA}$$

Minimalwert der Mischspannung

$$U_{min} = U_- - U_{m\sim} = 3\ \text{V} - 2\ \text{V} = \mathbf{1\ V}$$

Minimalwert des Mischstroms

$$I_{min} = I_- - I_{m\sim} = 3\ \text{mA} - 2\ \text{mA} = \mathbf{1\ mA}$$

Spannungsschwankung

$$U_{ss} = 2 \cdot U_{m\sim} = 2 \cdot 2\ \text{V} = \mathbf{4\ V}$$

oder

$\Delta U = U_M - U_{min} = 5\ V - 1\ V = \mathbf{4\ V}$

Stromschwankung

$I_{ss} = 2 \cdot I_{m\sim} = 2 \cdot 2\ mA = \mathbf{4\ mA}$

oder

$\Delta I = I_M - I_{min} = 5\ mA - 1\ mA = \mathbf{4\ mA}$

2. An einer Verstärkerröhre liegt eine Anodengleichspannung $U_a = 160$ V. Die sinusförmige Anodenwechselspannung bei der Aussteuerung beträgt 45 V.
Höchstwert und Minimalwert der Anodenspannung (Mischspannung) sind zu berechnen!
Scheitelwert des Wechselspannungsanteils

$U_{m\sim} = 1{,}41 \cdot U_\sim = 1{,}41 \cdot 45\ V = \mathbf{63{,}5\ V}$

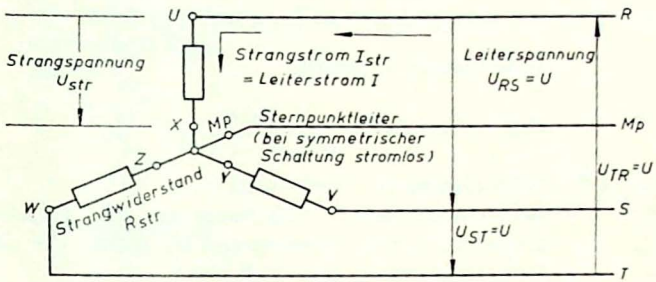
Höchstwert der Anodenspannung

$U_{aM} = U_a + U_{m\sim} = 160\ V + 63{,}5\ V = \mathbf{223{,}5\ V}$

Minimalwert der Anodenspannung

$U_{a\,min} = U_a - U_{m\sim} = 160\ V - 63{,}5\ V = \mathbf{96{,}5\ V}$

22.1 Sternschaltung Y



Strangstrom

$I_{str} = I$

Strangspannung

$$U_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} \quad \text{oder} \quad U_{str} = \frac{U}{1{,}73}$$

Verkettungsfaktor $\sqrt{3} = 1{,}73$

Strangwiderstand

$$R_{str} = \frac{U_{str}}{I} = \frac{\frac{U}{\sqrt{3}}}{I}$$

$$R_{str} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot I}$$

Wirkleistung je Strang

$$P_{str} = U_{str} \cdot I_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot I$$

Wirkleistung bei Drehstrom

Bei symmetrischer Schaltung ist die Gesamtleistungsaufnahme eines Drehstromgeräts gleich der Summe der Strangleistungen, also $3 \cdot P_{str}$.

$$P = 3 \cdot P_{str} = 3 \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot I = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot U \cdot I \qquad \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

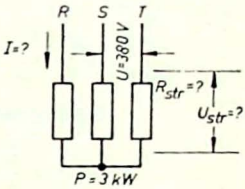
$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \qquad 1\,\text{W} = \sqrt{3} \cdot 1\,\text{V} \cdot 1\,\text{A}$$

$$U = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot I} \qquad I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U}$$

Größe		Einheit	
U	Spannung (Leiterspannung)	V	Volt
U_{str}	Strangspannung	V	Volt
I	Strom (Leiterstrom)	A	Ampere
I_{str}	Strangstrom	A	Ampere
R_{str}	Strangwiderstand	Ω	Ohm
P	Leistung	W	Watt
P_{str}	Strangleistung	W	Watt

Beispiel Ein Drehstromheizgerät nimmt in Sternschaltung an der Spannung $U = 380$ V die Leistung $P = 3$ kW auf.
Wie groß sind Strom I, Strangspannung U_{str} und Strangwiderstand R_{str}?
Strom

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{3000 \text{ W}}{1{,}73 \cdot 380 \text{ V}} = 4{,}56 \text{ A}$$



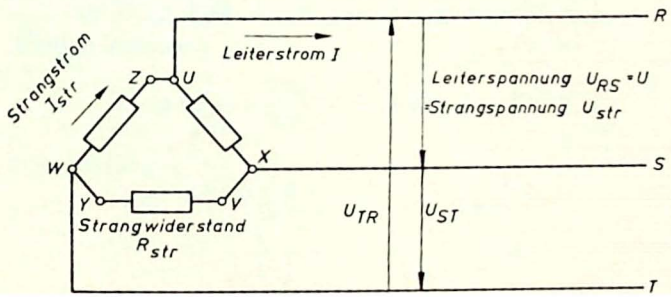
Strangspannung

$$U_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380 \text{ V}}{1{,}73} = 220 \text{ V}$$

Strangwiderstand

$$R_{str} = \frac{U_{str}}{I} = \frac{220 \text{ V}}{4{,}56 \text{ A}} = 48{,}2\,\Omega$$

22.2 Dreieckschaltung



Strangspannung

$U_{str} = U$

Strangstrom

$$I_{str} = \frac{I}{\sqrt{3}} \qquad I = \sqrt{3} \cdot I_{str}$$

Strangwiderstand

$$R_{str} = \frac{U_{str}}{I_{str}} = \frac{U_{str}}{\frac{I}{\sqrt{3}}}$$

$$R_{str} = \frac{\sqrt{3} \cdot U}{I}$$

Leistung

Leistung je Strang $P_{str} = U_{str} \cdot I_{str} = U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}}$

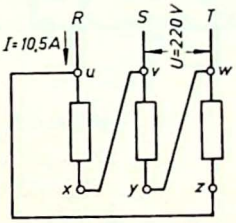
$$P = 3 \cdot P_{str} = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot U \cdot I$$

$$P = \sqrt{3}\, U \cdot I \qquad 1\,\mathrm{W} = \sqrt{3} \cdot 1\,\mathrm{V} \cdot 1\,\mathrm{A}$$

$$U = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot I} \qquad I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U}$$

Größe		Einheit	
U	Spannung (Leiterspannung)	V	Volt
U_{str}	Strangspannung	V	Volt
I	Strom (Leiterstrom)	A	Ampere
I_{str}	Strangstrom	A	Ampere
R_{str}	Strangwiderstand	Ω	Ohm
P	Leistung	W	Watt
P_{str}	Strangleistung	W	Watt

Beispiel Ein Drehstromgerät in Dreieckschaltung nimmt an der Spannung $U = 220$ V einen Strom $I = 10{,}5$ A auf. Strangstrom I_{str}, Strangwiderstand R_{str} und Leistung P sind zu berechnen!



Strangstrom

$$I_{str} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{10{,}5\ \text{A}}{1{,}73} = \mathbf{6{,}07\ A}$$

Strangwiderstand

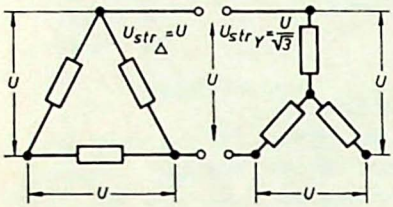
$$R_{str} = \frac{U_{str}}{I_{str}} = \frac{U}{I_{str}} = \frac{220\ \text{V}}{6{,}07\ \text{A}} \approx \mathbf{36\ \Omega}$$

Wirkleistung

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 1{,}73 \cdot 220\ \text{V} \cdot 10{,}5\ \text{A} = \mathbf{4\ kW}$$

22.3 Stern-Dreieck-Schaltung

Wird ein Drehstromgerät einmal in Sternschaltung, einmal in Dreieckschaltung an dieselbe Spannung gelegt, so ist die Leistungsaufnahme in Dreieckschaltung dreimal so groß!



In der Dreieckschaltung liegt *jeder* Widerstand an einer um $\sqrt{3} = 1{,}73$ mal größeren Spannung als in der Sternschaltung. Eine $\sqrt{3}$ mal größere Spannung hat einen $\sqrt{3}$ mal größeren Strom zur Folge.

Für jeden Widerstand gilt :

im Stern : $P = U_{StrY} \cdot I_Y$

im Dreieck : $P = \sqrt{3} \cdot U_{StrY} \cdot \sqrt{3} \cdot I_Y$

$$P_\Delta = 3 \cdot P_Y$$

Größe		Einheit	
P_Y	Leistung in Sternschaltung	W	Watt
P_Δ	Leistung in Dreieckschaltung	W	Watt

Beispiel Ein Drehstromgerät nimmt in Dreieckschaltung an der Spannung $U = 220$ Volt den Strom $I = 14$ A auf.
Wie groß ist die Leistung P_Δ? Wie groß wird die Leistung P_Y, wenn die Stränge in Stern geschaltet und an dieselbe Spannung gelegt werden.

Leistung in Dreieckschaltung

$$P_\Delta = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 1{,}73 \cdot 220\ \text{V} \cdot 14\ \text{A} \approx \mathbf{5{,}3\ kW}$$

Leistung in Sternschaltung

$$P_Y = \frac{P_\Delta}{3} = \frac{5{,}3\ \text{kW}}{3} = \mathbf{1{,}77\ kW}$$

22.4 Drehstromleistung bei Phasenverschiebung

Bei induktiven oder kapazitiven Blindanteilen des Verbraucherwiderstandes (Spulen, Motoren, Kondensatoren) ist mit dem Wirkleistungsfaktor $\cos\varphi$ zu rechnen.

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad 1\ \text{W} = \sqrt{3} \cdot 1\ \text{A} \cdot 1\ \text{V} \cdot \cos\varphi$$

$$U = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot I \cdot \cos\varphi}; \qquad I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi}$$

Größe		Einheit	
P	Wirkleistung	W	Watt
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
$\cos\varphi$	Wirkleistungsfaktor		Verhältnisgröße

Beispiel Von einem Drehstrommotor sind bekannt :

$U = 380$ V, $I = 3{,}4$ A, $\cos\varphi = 0{,}86$

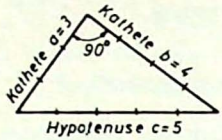
Die Wirkleistung P ist zu berechnen!

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = 1{,}73 \cdot 380\ \text{V} \cdot 3{,}4\ \text{A} \cdot 0{,}86 = \mathbf{1{,}92\ kW}$$

23. Wechselstromkreise

23.0 Pythagoreischer Lehrsatz

Zahlreichen Aufgaben dieses Kapitels liegt der Pythagoreische Lehrsatz zugrunde : In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der Kathetenquadrate.



$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Beispiel (Skizze)

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

23.1 Induktivitäten

Wechselströme haben nicht nur den Wirkwiderstand R des Leiters, sondern auch die durch das magnetische Wechselfeld hervorgerufene Gegen-EMK zu überwinden.
Der stromhemmende Einfluß dieser Gegenspannung wird induktiver Blindwiderstand X_L genannt. Er nimmt keine Leistung auf.
Der Blindwiderstand X_L ist proportional der Frequenz f und der Induktivität L.

$$X_L \sim f \,.\, L$$

Bei sinusförmigem Wechselstrom ist die Kreisfrequenz einzusetzen.

$$X_L = \omega L \quad \text{oder} \quad X_L = 2\pi f L$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} \qquad f = \frac{X_L}{2\pi L}$$

Größe		Einheit	
X_L	induktiver Blindwiderstand	Ω	Ohm
f	Frequenz	Hz	Hertz
L	Induktivität	H	Henry
ω	Kreisfrequenz	s^{-1}	

Beispiel Welche höchste Induktivität L_{max} und welche niedrigste L_{min} hat eine Spule, deren Blindwiderstand bei der Frequenz $f = 300$ Hz zwischen $X_{L\,min} = 200$ und $X_{L\,max} = 1400\ \Omega$ einstellbar ist?
Zur höchsten Induktivität gehört der höchste Blindwiderstand

$$L_{max} = \frac{X_{L\,max}}{\omega} = \frac{1400\ \Omega}{6{,}28 \cdot 300\ \text{Hz}} = \frac{1400}{1885}\ \text{H} = 0{,}743\ \text{H}$$

$$L_{min} = \frac{X_{L\,min}}{\omega} = \frac{300}{1885}\ \text{H} \approx 0{,}16\ \text{H}$$

23.2 Reihen-Ersatzschaltung der Spule

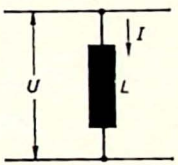
Zur Berechnung von Spulen verwendet man Ersatzschaltungen. In der Reihen-Ersatzschaltung treten verschiedene Spannungen, aber nur ein Strom auf.

Scheinwiderstand Z ist gleich dem Quotienten aus Spannung und Strom (« scheinbarer Widerstand »).

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$1\ \Omega = \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}}$$

$$U = Z \cdot I \qquad I = \frac{U}{Z}$$



Im Scheinwiderstand sind Wirkanteile und Blindanteile enthalten.

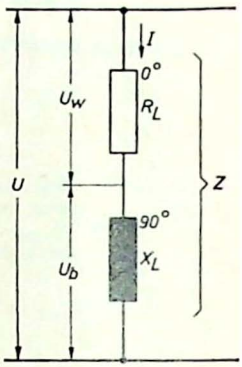
Wirkwiderstand R_L und ind. Blindwiderstand X_L addieren sich geometrisch zum Scheinwiderstand Z.

$$Z^2 = R_L^2 + X_L^2$$

$$Z = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}$$

$$R_L = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_L^2}$$



Das Verhältnis von Wirk-, Blind- und Scheinwiderstand ist durch die Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck bestimmt (Tabelle Seite 324).

$$\cos\varphi = \frac{R_L}{Z}$$

$$Z = \frac{R_L}{\cos\varphi}$$

$$R_L = Z \cdot \cos\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{X_L}{Z}$$

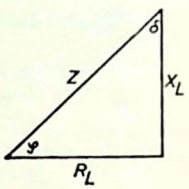
$$Z = \frac{X_L}{\sin\varphi}$$

$$X_L = Z \cdot \sin\varphi$$

$$\tan\delta = \frac{R_L}{X_L}$$

$$X_L = \frac{R_L}{\tan\delta}$$

$$R_L = X_L \cdot \tan\delta$$

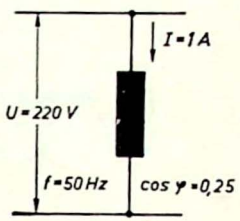


Größe		Einheit	
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
X_L	Blindwiderstand der Spule	Ω	Ohm

Beispiele

Von einer Drosselschaltung sind folgende Angaben bekannt:

$U = 220\ \text{V}, \qquad I = 1\ \text{A}$
$f = 50\ \text{Hz}, \quad \cos\varphi = 0{,}25$



Wie groß sind Scheinwiderstand Z, Wirkwiderstand R_L, Blindwiderstand X_L, Phasenwinkel φ und Induktivität L?

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\text{V}}{1\text{A}} = 220\ \Omega$$

$$R_L = Z\cos\varphi = 220\ \Omega \cdot 0{,}25 = 55\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_L{}^2} = \sqrt{220^2 - 55^2}\ \Omega = \sqrt{45375}\ \Omega = 213\ \Omega$$

oder

$$X_L = Z\cdot\sin\varphi = 220\ \Omega \cdot \sin 75^\circ 30' = 220\ \Omega \cdot 0{,}968 = 213\ \Omega$$

$\sphericalangle\ \varphi = 75^\circ 30'$ (nach Tabelle Seite 324)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{213}{314}\ \text{H} = 0{,}678\ \text{H}$$

Spannungen an der Spule (Reihenersatzschaltung)

Die Teilspannungen sind gleich dem Produkt von Strom und Teilwiderstand.

Klemmenspannung

$$\boxed{U = I\cdot Z} \qquad I = \frac{U}{Z} \qquad Z = \frac{U}{I}$$

Wirkspannung

$$U_w = I \cdot R_L \qquad I = \frac{U_w}{R_L} \qquad R_L = \frac{U_w}{I}$$

Blindspannung

$$U_b = I \cdot X_L \qquad 1\,V = 1\,A \cdot 1\,\Omega \qquad I = \frac{U_b}{X_L} \qquad X_L = \frac{U_b}{I}$$

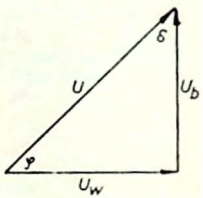
Die Teilspannungen stehen daher im gleichen Verhältnis wie die zugehörigen Widerstände und addieren sich geometrisch zur Klemmenspannung U.

$$U^2 = U_w^2 + U_b^2$$

$$U = \sqrt{U_w^2 + U_b^2}$$

$$U_w = \sqrt{U^2 - U_b^2}$$

$$U_b = \sqrt{U^2 - U_w^2}$$



$$\cos\varphi = \frac{U_w}{U} \qquad U = \frac{U_w}{\cos\varphi} \qquad U_w = \cos\varphi \cdot U$$

$$\sin\varphi = \frac{U_b}{U} \qquad U = \frac{U_b}{\sin\varphi} \qquad U_b = \sin\varphi \cdot U$$

$$\tan\delta = \frac{U_w}{U_b} \qquad U_b = \frac{U_w}{\tan\delta} \qquad U_w = U_b \cdot \tan\delta$$

Größe		Einheit	
U	Spannung	V	Volt
U_w	Wirkspannung	V	Volt
U_b	Blindspannung	V	Volt

Beispiel

Eine Spule liegt an einer Wechselspannung $U = 110$ V.
Die Stromstärke ist $I = 0{,}4$ A, der Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0{,}15$.
Wie groß sind Wirk- und Blindspannung?

$\sphericalangle\, \varphi = 81°20'$ (nach Tabelle Seite 324)

$U_w = U \cdot \cos \varphi = 110\ \text{V} \cdot 0{,}15 = 16{,}5\ \text{V}$

$U_b = \sqrt{U^2 - U_w^2} = \sqrt{110^2 - 16{,}5^2}\ \text{V} = \sqrt{12100 - 272}\ \text{V}$

oder $= \sqrt{11828}\ \text{V} = 108{,}8\ \text{V}$

$U_b = U \cdot \sin \varphi = U \cdot \sin 81°20' = 110\ \text{V} \cdot 0{,}9886 = 108{,}8\ \text{V}$

23.3 Parallel-Ersatzschaltung

Wird mit Leitwerten gerechnet, ergibt sich eine Parallelschaltung von Wirkleitwert G_L und Blindleitwert B_L.
Es treten verschiedene Ströme auf, aber nur eine Spannung.

Der Scheinleitwert Y ist Stromstärke pro Spannung (« scheinbarer Leitwert ») und damit gleich dem Kehrwert des Scheinwiderstands Z.

$$\boxed{Y = \frac{I}{U}} \qquad 1\,\text{S} = \frac{1\,\text{A}}{1\,\text{V}} \qquad \boxed{Y = \frac{1}{Z}} \qquad 1\,\text{S} = \frac{1}{1\,\Omega}$$

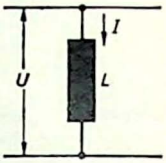
Das Quadrat des Scheinleitwerts Y ist gleich der Summe der Quadrate von Wirkleitwert G_L und Blindleitwert B_L.

$$Y^2 = G_L^2 + B_L^2$$

$$G_L = \sqrt{Y^2 - B_L^2}$$

$$Y = \sqrt{G_L^2 + B_L^2}$$

$$B_L = \sqrt{Y^2 - G_L^2}$$

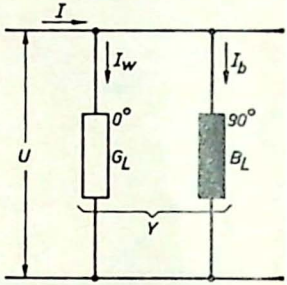


Parallel - Ersatzschaltung

$$\cos\varphi = \frac{G_L}{Y}$$

$$Y = \frac{G_L}{\cos\varphi}$$

$$G_L = \cos\varphi \cdot Y$$

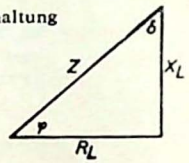


Reihenschaltung

$$\sin\varphi = \frac{B_L}{Y}$$

$$Y = \frac{B_L}{\sin\varphi}$$

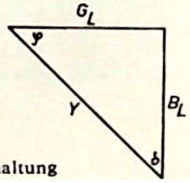
$$B_L = \sin\varphi \cdot Y$$



$$\tan\delta = \frac{G_L}{B_L}$$

$$G_L = B_L \cdot \tan\delta$$

$$B_L = \frac{G_L}{\tan\delta}$$



Parallelschaltung

Übergang von der Reihen- zur Parallel-Ersatzschaltung und umgekehrt

a) Bestimmung der Leitwerte aus den Widerständen

$$\cos\varphi = \frac{G_L}{Y} = \frac{R_L}{Z} \qquad \sin\varphi = \frac{B_L}{Y} = \frac{X_L}{Z}$$

$$G_L = \frac{Y \cdot R_L}{Z} = \frac{\frac{1}{Z} \cdot R_L}{Z} = \frac{R_L}{Z^2} \qquad B_L = \frac{Y \cdot X_L}{Z} = \frac{\frac{1}{Z} \cdot X_L}{Z} = \frac{X_L}{Z^2}$$

Wirkleitwert einer Spule

$$\boxed{G_L = \frac{R_L}{Z^2}}$$

$$1\,\mathrm{S} = \frac{1\,\Omega}{1\,\Omega^2}$$

Blindleitwert einer Spule

$$\boxed{B_L = \frac{X_L}{Z^2}}$$

$$R_L = G_L \cdot Z^2 \qquad Z = \sqrt{\frac{R_L}{G_L}} \qquad X_L = B_L \cdot Z^2 \qquad Z = \sqrt{\frac{X_L}{B_L}}$$

b) Bestimmung der Leitwerte mit Hilfe der Winkelfunktionen

$$G_L = \frac{R_L}{Z^2} = \frac{R_L}{\left(\frac{R_L}{\cos\varphi}\right)^2} = \frac{R_L \cdot \cos^2\varphi}{R_L^2} = \frac{\cos^2\varphi}{R_L}$$

Wirkleitwert

$$\boxed{G_L = \frac{\cos^2\varphi}{R_L}}$$

$$R_L = \frac{\cos^2\varphi}{G_L} \qquad \cos\varphi = \sqrt{G_L \cdot R_L}$$

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2} = \frac{X_L}{\left(\frac{X_L}{\sin\varphi}\right)^2} = \frac{X_L \cdot \sin^2\varphi}{X_L^2} = \frac{\sin^2\varphi}{X_L}$$

Blindleitwert

$$B_L = \frac{\sin^2\varphi}{X_L}$$

$$X_L = \frac{\sin^2\varphi}{B_L} \qquad \sin\varphi = \sqrt{X_L \cdot B_L}$$

Scheinleitwert

$$Y = \frac{G_L}{\cos\varphi} = \frac{\frac{\cos^2\varphi}{R_L}}{\cos\varphi} = \frac{\cos^2\varphi}{R_L \cdot \cos\varphi} = \frac{\cos\varphi}{R_L}$$

$$Y = \frac{\cos\varphi}{R_L}$$

$$Y = \frac{B_L}{\sin\varphi} = \frac{\frac{\sin^2\varphi}{X_L}}{\sin\varphi} = \frac{\sin^2\varphi}{X_L \cdot \sin\varphi} = \frac{\sin\varphi}{X_L}$$

$$Y = \frac{\sin\varphi}{X_L}$$

$$R_L = \frac{\cos\varphi}{Y} \qquad \cos\varphi = Y \cdot R_L \qquad X_L = \frac{\sin\varphi}{Y} \qquad \sin\varphi = Y \cdot X_L$$

c) *Bestimmung der Leitwerte aus Leistung und Spannung*

$$\cos\varphi = \frac{G_L}{Y} = \frac{P}{S} \qquad \sin\varphi = \frac{B_L}{Y} = \frac{Q}{S}$$

$$G_L = Y \cdot \cos\varphi = Y \cdot \frac{P}{S} = \frac{P}{Z \cdot S} \qquad B_L = Y \cdot \cos\varphi = Y \cdot \frac{Q}{S} = \frac{Q}{Z \cdot S}$$

$$G_L = \frac{P}{\frac{U}{I} \cdot U \cdot I} = \frac{P}{U^2} \qquad B_L = \frac{Q}{\frac{U}{I} \cdot U \cdot I} = \frac{Q}{U^2}$$

Wirkleitwert

$$\boxed{G_L = \frac{P}{U^2}}$$

$$P = G_L \cdot U^2 \qquad U = \sqrt{\frac{P}{G_L}}$$

Blindleitwert

$$\boxed{B_L = \frac{Q}{U^2}}$$

$$Q = B_L \cdot U^2 \qquad U = \sqrt{\frac{Q}{B_L}}$$

Größe		Einheit	
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert der Spule	S	Siemens
B_L	Blindleitwert der Spule	S	Siemens
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm

Größe		Einheit	
X_L	Blindwiderstand der Spule	Ω	Ohm
I	Strom	A	Ampere
U	Spannung (Klemmenspannung)	V	Volt
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q	Blindleistung	var	Voltampere reaktiv

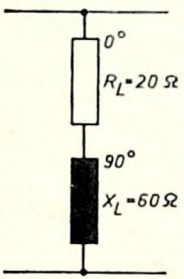
Beispiel

Für die Spule mit den Angaben $X_L = 60\ \Omega$ und $R_L = 20\ \Omega$ sind Phasenwinkel φ, Scheinleitwert Y, Wirkleitwert G_L und Blindleitwert B_L zu errechnen

$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R_L} = \frac{60\ \Omega}{20\ \Omega} = 3$$

$$\varphi = 71°30'$$

$$\cos \varphi = 0{,}3173 \qquad \sin \varphi = 0{,}9483$$



Lösungsweg A

$$G_L = \frac{\cos^2 \varphi}{R_L} = \frac{0{,}3173^2}{20\ \Omega}$$

$$= \frac{0{,}1007}{20\ \Omega} = 5{,}035\ \text{mS}$$

Lösungsweg B

$$Y = \frac{\cos \varphi}{R_L} = \frac{0{,}3173}{20\ \Omega}$$

$$= 15{,}85\ \text{mS}$$

A

$$B_L = \frac{\sin^2 \varphi}{X_L} = \frac{0{,}9483^2}{60\,\Omega}$$

$$= \frac{0{,}9}{60\,\Omega} = 15\ \text{mS}$$

$$Y = \frac{G_L}{\cos \varphi} = \frac{5{,}035 \cdot 10^{-3}\ \text{S}}{0{,}3173}$$

$$= 15{,}85\ \text{mS}$$

B

$$G_L = Y \cdot \cos \varphi$$

$$= 15{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{S} \cdot 0{,}3173$$

$$= 5{,}035\ \text{mS}$$

$$B_L = Y \cdot \sin \varphi$$

$$= 15{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{S} \cdot 0{,}9483$$

$$= 15\ \text{mS}$$

Kontrolle über Scheinwiderstand Z

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{15{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{S}} = \frac{1000}{15{,}85\ \text{S}} = 63{,}2\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$= \sqrt{20^2 + 60^2}\,\Omega = \sqrt{400 + 3600}\,\Omega = \sqrt{4000}\,\Omega \approx 63{,}2\ \Omega$$

Ströme im induktiven Kreis (Parallel-Ersatzschaltung)

Die Teilströme sind gleich dem Produkt aus Spannung und Teilleitwert.

$I = U \cdot Y$	$U = \frac{I}{Y}$	$Y = \frac{I}{U}$	Scheinleitwert
$I_w = U \cdot G_L$	$U = \frac{I_w}{G_L}$	$G_L = \frac{I_w}{U}$	Wirkleitwert
$I_b = U \cdot B_L$	$U = \frac{I_b}{B_L}$	$B_L = \frac{I_b}{U}$	Blindleitwert

$1\,\text{A} = 1\,\text{V} \cdot 1\,\text{S}$

Die Teilströme verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Teilleitwerte und addieren sich geometrisch zum Strom I.

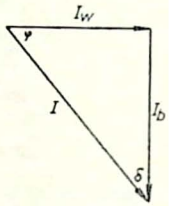
$$I^2 = I_w^2 + I_b^2 \qquad I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2}$$

$$I_w = \sqrt{I^2 - I_b^2} \qquad I_b = \sqrt{I^2 - I_w^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{I_w}{I} \qquad I = \frac{I_w}{\cos\varphi} \qquad I_w = I \cdot \cos\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{I_b}{I} \qquad I = \frac{I_b}{\sin\varphi} \qquad I_b = I \cdot \sin\varphi$$

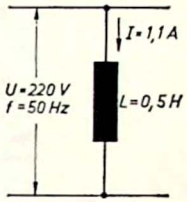
$$\tan\delta = \frac{I_w}{I_b} \qquad I_w = I_b \cdot \tan\delta \qquad I_b = \frac{I_w}{\tan\delta}$$



Größe		Einheit	
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert der Spule	S	Siemens
B_L	Blindleitwert der Spule	S	Siemens
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
I_w	Wirkstrom	A	Ampere
I_b	Blindstrom	A	Ampere

Beispiel

Von einem induktiven Stromkreis sind gegeben:
Spannung $U = 220\ \text{V}$; Strom $I = 1{,}1\ \text{A}$
Induktivität $L = 0{,}5\ \text{H}$; Frequenz $f = 50\ \text{Hz}$
Wirk- und Blindstrom sind zu berechnen!



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{1{,}1\ \text{A}} = 200\ \Omega$$

$$X_\text{L} = \omega \cdot L = 314\ \text{s}^{-1} \cdot 0{,}5\ \text{H} = 157\ \Omega$$

$$\sin \varphi = \frac{X_\text{L}}{Z} = \frac{157\ \Omega}{200\ \Omega} = 0{,}785$$

$$\sphericalangle\ \varphi = 51°43'$$

$$\cos \varphi = \cos 51°43' = 0{,}6195$$

$$I_\text{w} = I \cdot \cos \varphi = 1{,}1\ \text{A} \cdot 0{,}6195 = \mathbf{0{,}681\ A}$$

$$I_\text{b} = I \cdot \sin \varphi = 1{,}1\ \text{A} \cdot 0{,}785 = \mathbf{0{,}864\ A}$$

Kontrolle:

$$I = \sqrt{I_\text{w}^2 + I_\text{b}^2}$$

$$= \sqrt{0{,}681^2 + 0{,}864^2}\ \text{A} = \sqrt{0{,}464 + 0{,}746}\ \text{A} = \sqrt{1{,}21}\ \text{A} = \mathbf{1{,}1\ A}$$

23.4 Leistungen bei Komplexwiderständen

Die Leistungen verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Widerstände und Spannungen der Reihenersatzschaltung oder wie die zugehörigen Leitwerte und Ströme der Parallelersatzschaltung.

Reihenersatzschaltung			Parallelersatzschaltung	
$S = I \cdot U$	$S = I^2 \cdot Z$	1 VA = 1 A · 1 V	$S = U \cdot I$	$S = U^2 \cdot Y$
$P = I \cdot U_w$	$P = I^2 \cdot R_L$	1 W = 1 A · 1 V	$P = U \cdot I_w$	$P = U^2 \cdot G_L$
$Q = I \cdot U_b$	$Q = I^2 \cdot X_L$	1 var = 1 A · 1 V	$Q = U \cdot I_b$	$Q = U^2 \cdot B_L$

Das Quadrat der Scheinleistung S ist gleich der Summe der Quadrate von Wirkleistung P und Blindleistung Q.

Scheinleistung

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Wirkleistung

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

Blindleistung

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

Wirkleistungsfaktor

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Blindleistungfaktor

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

Scheinleistung

$$S = \frac{P}{\cos \varphi}$$

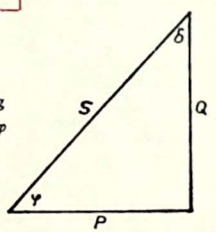
$$S = \frac{Q}{\sin \varphi}$$

Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$



$$\tan \delta = \frac{P}{Q}$$

Blindleistung

$$Q = \frac{P}{\tan \delta}$$

Wirkleistung

$$P = Q \cdot \tan \delta$$

Größe		Einheit	
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q	Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
U	Spannung	V	Volt
U_w	Wirkspannung	V	Volt
U_b	Blindspannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
I_w	Wirkstrom	A	Ampere
I_b	Blindstrom	A	Ampere
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand (Spule)	Ω	Ohm
X_L	Blindwiderstand (Spule)	Ω	Ohm
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert (Spule)	S	Siemens
B_L	Blindleitwert (Spule)	S	Siemens

Beispiele

In einem induktiven Stromkreis wird bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0{,}9$ die Wirkleistung $P = 4{,}5$ kW gemessen.
Schein- und Blindleistung sind zu berechnen!
Wie groß ist die Stromstärke I bei der Klemmenspannung $U = 380$ V?

$\sphericalangle\ \varphi = 25°50'$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{4{,}5\ \text{kW}}{0{,}9} = 5\ \text{kVA}$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin 25°50' = S \cdot 0{,}4358 = 5\text{kVA} \cdot 0{,}4358 = 2{,}18\ \text{kvar}$$

oder

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5^2 - 4{,}5^2}\ \text{kvar} = \sqrt{4{,}75}\ \text{kvar} = 2{,}18\ \text{kvar}$$

$$I = \frac{S}{U} = \frac{4500\ \text{VA}}{380\ \text{V}} = 11{,}85\ \text{A}$$

Ein Wechselstromgerät nimmt an der Klemmenspannung $U = 220\ \text{V}$ den Strom $I = 0{,}8\ \text{A}$ auf.
Der Leistungsfaktor wird mit $\cos\varphi = 0{,}7$ gemessen.
Wie groß sind Schein-, Wirk- und Blindleistung?

$\sphericalangle\ \varphi = 45°34'$

$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}8\ \text{A} = 176\ \text{VA}$

$P = S \cdot \cos\varphi = 176\ \text{VA} \cdot 0{,}7 = 123{,}2\ \text{W}$

$Q = S \cdot \sin\varphi = 176\ \text{VA} \cdot \sin 45°34' = 176\ \text{VA} \cdot 0{,}714 = 125{,}8\ \text{var}$

Kontrolle

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$= \sqrt{123{,}2^2 + 125{,}8^2}\ \text{VA} = \sqrt{15200 + 15800}\ \text{VA} = \sqrt{31000}\ \text{VA}$$

$$= 176\ \text{VA}$$

23.5 Reihenschaltung von Spulen

Die Wirkwiderstände aller Spulen werden addiert, ebenso die Blindwiderstände.

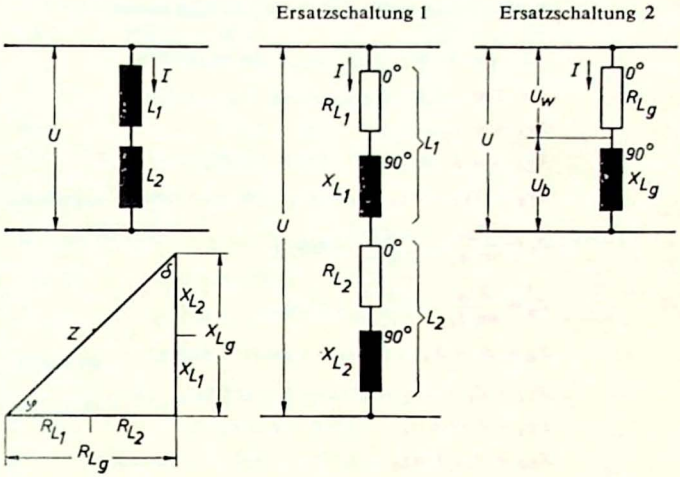
Der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung ist wie bei der Einzelinduktivität gleich der geometrischen Summe der Teilwiderstände.

$$Z^2 = (R_{L_1} + R_{L_2} \dots + R_{Ln})^2 + (X_{L_1} + X_{L_2} \dots + X_{Ln})^2$$

$$Z^2 = R_{Lg}^2 + X_{Lg}^2 \qquad Z = \sqrt{R_{Lg}^2 + X_{Lg}^2}$$

$$R_{Lg} = \sqrt{Z^2 - X_{Lg}^2} \qquad X_{Lg} = \sqrt{Z^2 - R_{Lg}^2}$$

Die Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck sind anzuwenden wie bei der Reihen-Ersatzschaltung (Seite 96).



Größe		Einheit	
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
$R_{L1,2\ldots}$	Wirkwiderstände der Spulen	Ω	Ohm
$X_{L1,2\ldots}$	Induktive Blindwiderstände	Ω	Ohm

Beispiel

Von zwei Spulen sind folgende Werte gegeben :
Spule 1 : Induktivität $L_1 = 2$ H; Leistungsfaktor $\cos \varphi_1 = 0{,}3$
Spule 2 : Induktivität $L_2 = 4$ H; Leistungsfaktor $\cos \varphi_2 = 0{,}4$

Die Reihenschaltung dieser Spulen liegt an der Wechselspannung $U = 220$ V, Frequenz $f = 50$ Hz.

Zu berechnen sind Scheinwiderstände Z_1, Z_2 und Z_g, Blindwiderstände X_{L1}, X_{L2} und X_{Lg}, Wirkwiderstände R_{L1}, R_{L2} und R_{Lg} sowie Leistungsfaktor $\cos\varphi$, Stromstärke I, Scheinleistung S, Wirkleistung P und Blindleistung Q der Reihenschaltung.

Welche Spannung liegt an Spule 1, welche an Spule 2?

$\sphericalangle\ \varphi_1 = 72°32'$ $\quad \sin\varphi_1 = 0{,}9539$

$\sphericalangle\ \varphi_2 = 66°25'$ $\quad \sin\varphi_2 = 0{,}9165$

$$\omega = 2\pi f = 6{,}28 \cdot 50\ \text{Hz} = 314\ \text{s}^{-1}$$

$$X_{L_1} = \omega \cdot L_1 = 314\ \text{s}^{-1} \cdot 2\ \text{H} = 628\ \Omega$$

$$X_{L_2} = \omega \cdot L_2 = 314\ \text{s}^{-1} \cdot 4\ \text{H} = 1256\ \Omega$$

$$X_{Lg} = X_{L_1} + X_{L_2} = 628\ \Omega + 1256\ \Omega = 1884\ \Omega$$

$$Z_1 = \frac{X_{L_1}}{\sin\varphi_1} = \frac{628\ \Omega}{0{,}9539} = 659\ \Omega$$

$$Z_2 = \frac{X_{L_2}}{\sin\varphi_2} = \frac{1256\ \Omega}{0{,}9165} = 1370\ \Omega$$

$$Z_g = Z_1 + Z_2 = 659\ \Omega + 1370\ \Omega = 2029\ \Omega$$

$$R_{L_1} = Z_1 \cdot \cos\varphi_1 = 659\ \Omega \cdot 0{,}3 = 197{,}7\ \Omega$$

$$R_{L_2} = Z_2 \cdot \cos\varphi_2 = 1370\ \Omega \cdot 0{,}4 = 548\ \Omega$$

$$R_{Ls} = R_{L_1} + R_{L_2} = 197{,}7\ \Omega + 548\ \Omega = 745{,}7\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{1,2} = \frac{R_{Lg}}{Z_g} = \frac{745{,}7\ \Omega}{2029\ \Omega} = 0{,}368$$

$$\sin\varphi_{1,2} = \frac{X_{Lg}}{Z_g} = \frac{1884\ \Omega}{2029\ \Omega} = 0{,}928$$

$$I = \frac{U}{Z_g} = \frac{220\ \text{V}}{2029\ \Omega} = 0{,}1084\ \text{A}$$

$$U_w = I \cdot R_{Lg} = 0{,}1084\ \text{A} \cdot 745\ \Omega = 80{,}9\ \text{V}$$

oder

$$U_w = U \cdot \cos\varphi_{1,2} = 220\ \text{V} \cdot 0{,}368 = 80{,}9\ \text{V}$$

$$U_b = I \cdot X_{Lg} = 0{,}1084\ \text{A} \cdot 1884\ \Omega = 204\ \text{V}$$

oder

$$U_b = U \cdot \sin\varphi = 220\ \text{V} \cdot 0{,}928 = 204\ \text{V}$$

$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}1084\ \text{A} = 23{,}84\ \text{VA}$$

$P = U_w \cdot I = 80{,}9\ \text{V} \cdot 0{,}1084\ \text{A} = 8{,}77\ \text{W}$

oder

$P = S \cdot \cos \varphi_{1,2} = 23{,}84\ \text{VA} \cdot 0{,}368 = 8{,}77\ \text{W}$

$Q = U_b \cdot I = 204\ \text{V} \cdot 0{,}1084\ \text{A} = 22{,}15\ \text{var}$

oder

$Q = S \cdot \sin \varphi_{1,2} = 23{,}84\ \text{VA} \cdot 0{,}928 = 22{,}15\ \text{var}$

Kontrolle

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{8{,}77^2 + 22{,}15^2}\ \text{VA} = \sqrt{567}\ \text{VA} \approx 23{,}8\ \text{VA}$

$U_{L_1} = I \cdot Z_1 = 0{,}1084\ \text{A} \cdot 659\ \Omega = 71{,}4\ \text{V}$

$U_{L_2} = I \cdot Z_2 = 0{,}1084\ \text{A} \cdot 1370\ \Omega = 148{,}6\ \text{V}.$

Kontrolle

$U = U_{L_1} + U_{L_2} = 71{,}4\ \text{V} + 148{,}6\ \text{V} = 220\ \text{V}.$

23.6 Reihenschaltung von Spule und Wirkwiderstand

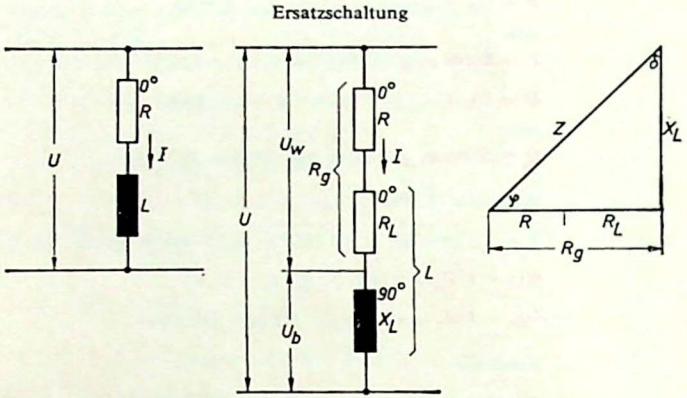
Der Wirkwiderstand R_L der Induktivität und der in Reihe liegende Wirkwiderstand R werden addiert.

Scheinwiderstand Z ist gleich der geometrischen Summe von Gesamtwirkwiderstand und Blindwiderstand.

$$Z^2 = (R_L + R)^2 + X_L^2 \qquad Z = \sqrt{R_g^2 + X_L^2}$$

$$R_g = \sqrt{Z^2 - X_L^2} \qquad X_L = \sqrt{Z^2 - R_g^2}$$

Die Winkelfunktionen sind anzuwenden wie bei der Reihen-Ersatzschaltung (Seite 96).



Größe		Einheit	
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
R	Wirkwiderstand	Ω	Ohm
X_L	Induktiver Blindwiderstand	Ω	Ohm

Beispiel

a) Eine Drossel nimmt an der Klemmenspannung $U_1 = 220$ V, Frequenz $f = 50$ Hz einen Strom $I = 1{,}5$ A auf. Die Wirkleistung ist $P_L = 165$ W.
b) Welcher Wirkwiderstand R muß zur Drossel in Reihe geschaltet werden, wenn der Strom $I = 1{,}5$ A bei der Klemmenspannung $U_2 = 380$ V erhalten bleiben soll?
Wie groß ist der Leistungsfaktor $\cos \varphi_1$ der Spule, wie groß der $\cos \varphi_2$ der Reihenschaltung? Welche Wirkleistung P_2 wird an der höheren Klemmenspannung aufgenommen?

$$Z_L = \frac{U_1}{I} = \frac{220\ \text{V}}{1.5\ \text{A}} = 146{,}6\ \Omega$$

$$R_L = \frac{P_L}{I^2} = \frac{165}{1.5^2}\ \Omega = \frac{165}{2{,}25}\ \Omega = 73{,}3\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2} = \sqrt{146{,}6^2 - 73{,}3^2}\ \Omega$$
$$= \sqrt{21\,500 - 5370}\ \Omega = \sqrt{16\,130}\ \Omega = 127\ \Omega$$

$$Z_g = \frac{U_2}{I} = \frac{380\ \text{V}}{1{,}5\ \text{A}} = 253{,}2\ \Omega$$

$$R_g = \sqrt{Z_g^2 - X_L^2} = \sqrt{253{,}3^2 - 127^2}\ \Omega$$
$$= \sqrt{64\,200 - 16\,130}\ \Omega = \sqrt{48\,070}\ \Omega = 219{,}2\ \Omega$$

$$R = R_g - R_L = 219{,}2\ \Omega - 127\ \Omega = 92.2\ \Omega$$

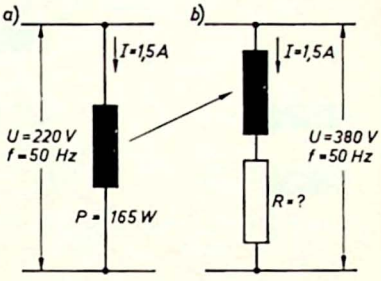
$$P_2 = I^2 \cdot R_g = 1{,}5^2\,\text{A}^2 \cdot 219{,}2\ \Omega = 2{,}25\,\text{A}^2 \cdot 219{,}2\,\Omega = 493\ \text{W}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_L}{Z_L} = \frac{73{,}3\ \Omega}{146.6\ \Omega} = 0{,}5$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_g}{Z_g} = \frac{219{,}2\ \Omega}{253{,}2\ \Omega} = 0{,}865$$

Kontrolle

$$\frac{P_g}{P_L} = \frac{R_g}{R_L} = \frac{493\text{W}}{165\text{W}} = \frac{219{,}2\ \Omega}{73{,}3\ \Omega}$$
$$= 2{,}99$$



23.7 Parallelschaltung von Spulen

Die Wirkleitwerte der Induktivitäten werden addiert, ebenso die Blindleitwerte. Sind die Widerstände der Induktivitäten gegeben, kann die Umrechnung auf die Leitwerte erfolgen wie bei der Parallel-Ersatzschaltung (Seite 99 ff.).

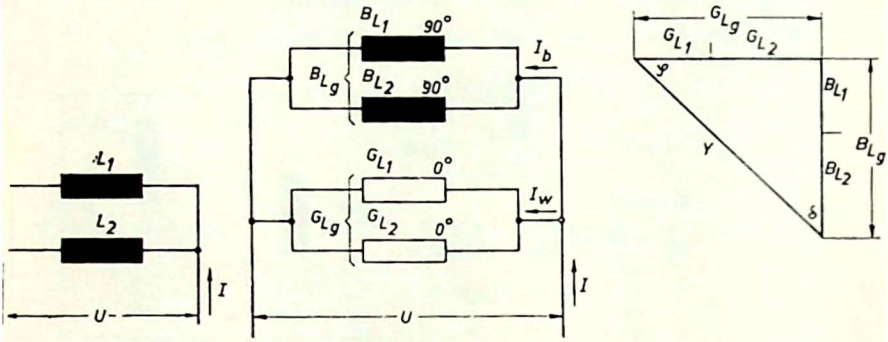
Scheinleitwert Y ist die geometrische Summe von Gesamtwirkleitwert und Gesamtblindleitwert.

$$Y^2 = (G_{L_1} + G_{L_2} \ldots + G_{Ln})^2 + (B_{L_1} + B_{L_2} \ldots + B_{Ln})^2$$

$$Y = \sqrt{G_{Lg}^2 + B_{Lg}^2}$$

$$G_{Lg} = \sqrt{Y^2 - B_{Lg}} \qquad B_{Lg} = \sqrt{Y^2 - G_{Lg}^2}$$

Ersatzschaltung



Die Winkelfunktionen sind anzuwenden wie bei der Parallel-Ersatzschaltung (Seite 100).

Größe		Einheit	
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
$G_{L_{1,2}}$	Wirkleitwerte der Spulen	S	Siemens
$B_{L_{1,2}}$	Blindleitwerte der Spulen	S	Siemens

Beispiel

Von zwei Spulen sind folgende Werte bekannt:

Spule 1: Induktivität $L_1 = 2\ \mathrm{H}$; Leistungsfaktor $\cos \varphi_1 = 0{,}3$
Spule 2: Induktivität $L_2 = 4\ \mathrm{H}$; Leistungsfaktor $\cos \varphi_2 = 0{,}4$

Die Spulen liegen parallel an der Klemmenspannung $U = 220\ \mathrm{V}$, Frequenz $f = 50\ \mathrm{Hz}$.

Zu berechnen sind Blindleitwert B_L, Wirkleitwert G_L, Scheinleitwert Y, Wirkstrom I_w, Blindstrom I_b, Strom I, Scheinleistung S, Wirkleistung P, Blindleistung Q_L und der Leistungsfaktor $\cos \varphi_\mathrm{g}$ der Parallelschaltung.

$\sphericalangle\, \varphi_1 = 72°32'$ $\quad \sin \varphi_1 = 0{,}9539$ $\quad \tan \varphi_1 = 3{,}18$

$\sphericalangle\, \varphi_2 = 66°25'$ $\quad \sin \varphi_2 = 0{,}9165$ $\quad \tan \varphi_2 = 2{,}291$

$$\omega = 2\pi f = 6{,}28 \cdot 50\ \mathrm{Hz} = 314\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$X_{\mathrm{L}1} = \omega \cdot L_1 = 314\ \mathrm{s}^{-1} \cdot 2\ \mathrm{H} = 628\ \Omega$$

$$X_{\mathrm{L}2} = \omega \cdot L_2 = 314\ \mathrm{s}^{-1} \cdot 4\ \mathrm{H} = 1256\ \Omega$$

$$B_{\mathrm{L}1} = \frac{\sin^2 \varphi_1}{X_{\mathrm{L}1}} = \frac{0{,}9539^2}{628\ \Omega} = \frac{0{,}91}{628\ \Omega} = \frac{910 \cdot 10^{-3}}{628\ \Omega} = 1{,}45 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 1{,}45\ \mathrm{mS}$$

$$B_{\mathrm{L}2} = \frac{\sin^2 \varphi_2}{X_{\mathrm{L}2}} = \frac{0{,}9165^2}{1256\ \Omega} = \frac{0{,}84}{1256\ \Omega} = \frac{840 \cdot 10^{-3}}{1256\ \Omega} = 0{,}669 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 0{,}669\ \mathrm{mS}$$

$$G_{\mathrm{L}1} = \frac{B_{\mathrm{L}1}}{\tan \varphi_1} = \frac{1{,}45 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S}}{3{,}18} = 0{,}455 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 0{,}455\ \mathrm{mS}$$

$$G_{\mathrm{L}2} = \frac{B_{\mathrm{L}2}}{\tan \varphi_2} = \frac{0{,}669 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S}}{2{,}291} = 0{,}292 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 0{,}292\ \mathrm{mS}$$

$$B_{\mathrm{Lg}} = B_{\mathrm{L}1} + B_{\mathrm{L}2} = (1{,}45 + 0{,}669) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 2{,}119 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 2{,}119\ \mathrm{mS}$$

$$G_{\mathrm{Lg}} = G_{\mathrm{L}1} + G_{\mathrm{L}2} = (0{,}455 + 0{,}292) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 0{,}747\ \mathrm{mS}$$

$$Y_\mathrm{g} = \sqrt{G_{\mathrm{Lg}}^2 + B_{\mathrm{Lg}}} = \sqrt{0{,}747^2 + 2{,}119^2} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = \sqrt{0{,}558 + 4{,}49} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S}$$
$$= \sqrt{5{,}048} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 2{,}246 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 2{,}246\ \mathrm{mS}$$

$$I_\mathrm{b} = U \cdot B_{\mathrm{Lg}} = 220\ \mathrm{V} \cdot 2{,}119 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 466\ \mathrm{mA}$$

$$I_\mathrm{w} = U \cdot G_{\mathrm{Lg}} = 220\ \mathrm{V} \cdot 0{,}747 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 164{,}3\ \mathrm{mA}$$

$I = U \cdot Y_g = 220\ \text{V} \cdot 2{,}246 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 494\ \text{mA}$

oder

$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2} = \sqrt{466^2 \cdot 164{,}3^2}\ \text{mA}$

$= \sqrt{217000 + 27000}\ \text{mA} = \sqrt{244000}\ \text{mA} = 494\ \text{mA}$

$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}494\ \text{A} = 108{,}7\ \text{VA}$

$P = U \cdot I_w = 220\ \text{V} \cdot 0{,}1643\ \text{A} = 36{,}2\ \text{W}$

$Q = U \cdot I_b = 220\ \text{V} \cdot 0{,}466\ \text{A} = 102{,}5\ \text{var}$

$$\cos \varphi_g = \frac{I_w}{I} = \frac{164{,}3\ \text{A}}{494\ \text{A}} = 0{,}3325$$

Kontrolle

$$\cos \varphi = \frac{G_{Lg}}{Y_g} = \frac{0{,}747\ \text{S}}{2{,}246\ \text{S}} = 0{,}3325$$

23.8 Parallelschaltung von Spule und Wirkwiderstand

Die Wirkleitwerte von Spule und Wirkwiderstand werden addiert. Sind die Widerstände der Spule gegeben, kann die Umrechnung auf die Leitwerte erfolgen wie bei der Parallel-Ersatzschaltung (Seite 99 ff.).

Scheinleitwert Y ist gleich der geometrischen Summe von Gesamtwirkleitwert und Blindleitwert.

$Y^2 = (G_L + G)^2 + B_L{}^2$

$$\boxed{Y = \sqrt{G_g^2 + B_L^2}}$$

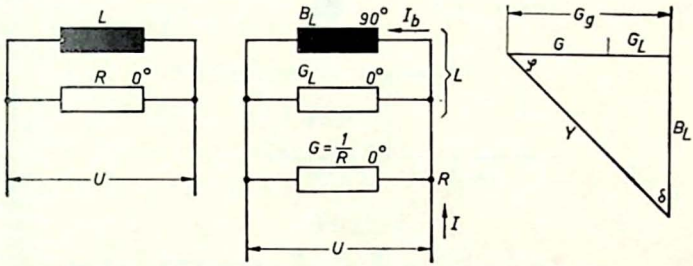
$$G_g = \sqrt{Y^2 - B_L{}^2}$$

$$B_L = \sqrt{Y^2 - G_g{}^2}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

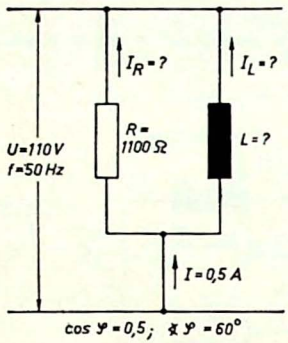
Die Winkelfunktionen sind anzuwenden wie bei der Parallel-Ersatzschaltung (Seite 99 ff.).

Ersatzschaltung



Größe		Einheit	
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert der Spule	S	Siemens
G	Wirkleitwert	S	Siemens
B_L	induktiver Blindleitwert	S	Siemens

Beispiel Aus der untenstehenden Schaltung sind zu berechnen die Induktivität L sowie alle Leitwerte, Ströme und Leistungen.



$$Y = \frac{I}{U} = \frac{0{,}5\ \text{A}}{110\ \text{V}} = \frac{500 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}{110\ \text{V}} = 4{,}55 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 4{,}55\ \text{mS}$$

$$B_L = Y \cdot \sin \varphi = 4{,}55 \cdot 10^{-3}\ \text{S} \cdot \sin 60° = 4{,}55 \cdot 10^{-3}\ \text{S} \cdot 0{,}866 = 3{,}94\ \text{mS}$$

$$X_L = \frac{\sin^2 \varphi}{B_L} = \frac{0{,}866^2}{3{,}94 \cdot 10^{-3}\ \text{S}} = \frac{0{,}75}{3{,}94} \cdot 10^3\ \Omega = 0{,}22 \cdot 10^3\ \Omega = 220\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{220\ \Omega}{314\ \text{s}^{-1}} = 0{,}7\ \text{H}$$

$$G_g = Y \cdot \cos \varphi = 4{,}55 \cdot 10^{-3}\ \text{S} \cdot 0{,}5 = 2{,}275 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 2{,}275\ \text{mS}$$

$$G_R = \frac{1}{R} = \frac{1}{1100\ \Omega} = \frac{1000 \cdot 10^{-3}}{1100}\ \text{S} = 0{,}909\ \text{mS}$$

$$G_L = G_g - G_R = (2{,}275 - 0{,}909) \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 1{,}366 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 1{,}366\ \text{mS}$$

$$Y_L = \sqrt{G_L^2 + B_L^2} = \sqrt{1{,}366^2 + 3{,}94^2} \cdot 10^{-3}\ \text{S}$$
$$= \sqrt{1{,}866 + 15{,}5} \cdot 10^{-3}\ \text{S} = \sqrt{17{,}366} \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 4{,}165\ \text{mS}$$

$$I_I = U \cdot Y_L = 110\ \text{V} \cdot 4{,}165 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 458\ \text{mA}$$

$$I_b = U \cdot B_L = 110\ \text{V} \cdot 394 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 433\ \text{mA}$$

$$I_w = U \cdot G_g = 110\ \text{V} \cdot 2{,}275 \cdot 10^{-3}\ \text{S} = 250\ \text{mA}$$

oder

$$I_b = I \cdot \sin\varphi = 0{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}866 = 0{,}433\ \text{A} = 433\ \text{mA}$$

$$I_w = I \cdot \cos\varphi = 0{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}5 = 0{,}25\ \text{A} = 250\ \text{mA}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{110\ \text{V}}{1100\ \Omega} = 100\ \text{mA}$$

$$I_{w_L} = I_w - I_R = 250\ \text{A} - 100\ \text{A} = 150\ \text{mA}$$

$$S = U \cdot I = 110\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 55\ \text{VA}$$

$$P_L = U \cdot I_{w_L} = 110\ \text{V} \cdot 0{,}15\ \text{A} = 16{,}5\ \text{W}$$

$$P_R = U \cdot I_R = 110\ \text{V} \cdot 0{,}1\ \text{A} = 11\ \text{W}$$

$$P = P_L + P_R = 16{,}5\ \text{W} + 11\ \text{W} = 27{,}5\ \text{W}$$

$$Q = U \cdot I_b = 110\ \text{V} \cdot 0{,}433\ \text{A} = 47{,}63\ \text{var}.$$

Kontrolle

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{27{,}5\ \text{W}}{55\ \text{VA}} = 0{,}5 \qquad \sin\varphi = \frac{Q}{S} = \frac{47{,}63\ \text{var}}{55\ \text{VA}} = 0{,}866$$

23.9 Kapazitiver Blindwiderstand und Blindleitwert

Die Stromstärke ist proportional der Spannung U, der Kapazität C und der Frequenz f.

$I \sim U \cdot C \cdot f$

Bei sinusförmigem Wechselstrom ist die Kreisfrequenz einzusetzen.

$$\boxed{I = U \cdot C \cdot \omega} \quad \text{oder} \quad \boxed{I = U \cdot C \cdot 2\pi f} \qquad 1\,\text{A} = 1\,\text{V} \cdot 1\,\text{F} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1\,\text{Hz}$$

Hieraus ergibt sich der kapazitive Blindwiderstand:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}} \quad \text{oder} \quad \boxed{X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}} \qquad 1\,\Omega = \frac{1}{2\pi\,1\,\text{Hz} \cdot 1\,\text{F}}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot X_C \cdot C} \qquad C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

Der kapazitive Widerstand kann durch das Ohmsche Gesetz bestimmt werden, wenn Spannung und Stromstärke bekannt sind.
Werden die in Starkstromschaltungen meist sehr geringen Verluste vernachlässigt, ist der Blindwiderstand X_C gleich dem Scheinwiderstand Z.

$$\boxed{X_C = Z = \frac{U}{I}} \qquad 1\,\Omega = \frac{1\,\text{V}}{1\,\text{A}}$$

Der kapazitive Blindleitwert ist gleich dem Kehrwert des Blindwiderstands X_C

$$\boxed{B_C = \frac{1}{X_C}} \qquad 1\,\text{S} = \frac{1}{1\,\Omega} \qquad X_C = \frac{1}{B_C}$$

Durch Einsetzen ergeben sich die Formeln für den Blindleitwert aus Kreisfrequenz und Kapazität.

$$B_C = \omega \cdot C \qquad B_C = 2\pi f \cdot C \qquad 1\,S = 2\pi \cdot 1\,Hz \cdot 1\,F$$

Frequenz

$$f = \frac{B_C}{2\pi C}$$

Kapazität

$$C = \frac{B_C}{2\pi f}$$

Größe		Einheit	
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
f	Frequenz	Hz	Hertz
C	Kapazität	F	Farad
X_C	kapazitiver Blindwiderstand	Ω	Ohm
B_C	kapazitiver Blindleitwert	S	Siemens
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm

Beispiele 1. Welchen Blindwiderstand X_C hat ein Kondensator von 1 µF bei $f = 50$ Hz?

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50\,Hz \cdot 1 \cdot 10^{-6}\,F} = \frac{10^6}{314}\,\Omega = 3{,}18\,k\Omega$$

Merkwert:

1 µF hat bei 50 Hz einen Blindwiderstand $X_C = 3{,}18\,k\Omega$

2. Welche Kapazität benötigt ein Kondensator, auf den an der Klemmenwechselspannung $U = 220$ V, Frequenz $f = 50$ Hz, ein Strom von $I = 1$ A fließen soll?

$$X_C = \frac{U}{I} = \frac{220\,V}{1\,A} = 220\,\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{314\ \mathrm{s^{-1}} \cdot 220\ \Omega} = \frac{1}{69\,100}\ \mathrm{F} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0{,}0691}\ \mathrm{F} \approx 14{,}5\ \mu\mathrm{F}$$

3. Wie groß sind Blindleitwert B_C und Blindwiderstand X_C eines Kondensators mit der Kapazität $C = 60\ n\mathrm{F}$ für die Frequenz $f = 1\ \mathrm{kHz}$?

$$B_C = 2\pi f C = 6{,}28 \cdot 10^3\ \mathrm{Hz} \cdot 60 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{F} = 377 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{S} = 0{,}377\ \mathrm{mS}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{377 \cdot 10^{-6}}\ \Omega = \frac{10^6}{377}\ \Omega = 2{,}65\ \mathrm{k\Omega}$$

4. Bei welcher Frequenz hat ein Kondensator mit $C = 100\ \mathrm{pF}$ einen Blindwiderstand $X_C = 100\ \Omega$?

$$f = \frac{1}{2\pi X_C \cdot C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 100\ \Omega \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{F}} = \frac{10^9}{62{,}8}\ \mathrm{Hz} \approx 16\ \mathrm{MHz}$$

23.10 Leistung im kapazitiven Wechselstromkreis

Die Verluste in Kondensatoren sind im allgemeinen gering

Verlustfaktor

$$\tan\delta = \frac{R_C}{X_C} < 0{,}01$$

$$\cos\varphi \approx \tan\delta$$

Der Scheinwiderstand ist daher etwa gleich dem Blindwiderstand

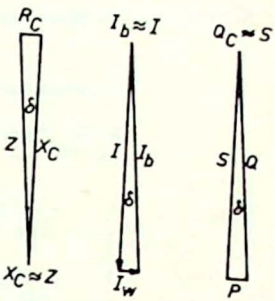
$$Z \approx X_C$$

Der Blindstrom I_b ist annähernd gleich dem Strom I

$$I_b \approx I$$

Die Scheinleistung ist etwa gleich der Blindleistung

$$Q_C \approx U \cdot I \qquad S \approx Q_C$$



$$U \approx \frac{Q_C}{I} \qquad I \approx \frac{Q_C}{U}$$

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = \frac{U^2}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U^2 \cdot \omega \cdot C = U^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C$$

$$Q_C = U^2 \cdot \omega \cdot C \qquad 1\ \text{var} = 1\ \text{V}^2 \cdot 1\ \text{s}^{-1} \cdot 1\ \text{F}$$

Formel für Festfrequenz $f = 50$ Hz, Kapazität in Mikrofarad µF

$$Q_C = \frac{U^2 \cdot 314 \cdot C}{10^6}$$

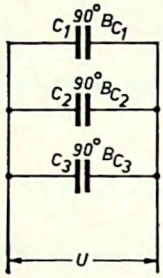
$$C = \frac{10^6 \cdot Q_C}{U^2 \cdot 314} \qquad 1\ \text{F} = \frac{10^6 \cdot 1\ \text{var}}{1\ \text{V}^2 \cdot 314}$$

Größe		Einheit	
C	Kapazität	F	Farad
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kap. Blindwiderstand	Ω	Ohm
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
Q_C	kap. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
f	Frequenz	Hz	Hertz
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere

Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren (Verluste vernachlässigt)

Parallelschaltung

In der Parallelschaltung addieren sich die kapazitiven Blindleitwerte $B_{C1,2\ldots n}$ der Teilkapazitäten $C_{1,2\ldots n}$ zum Gesamtblindleitwert B_{Cg}.



$$B_{Cg} = B_{C1} + B_{C2} + \ldots + B_{Cn}$$

Die Kapazität C des Kondensators ist proportional dem Blindleitwert B_C.

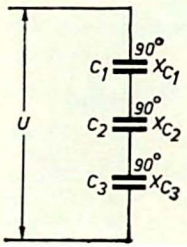
$$C \sim B_C$$

Die Gesamtkapazität parallelgeschalteteter Kondensatoren ist gleich der Summe der Teilkapazitäten

$$C_g = C_1 + C_2 \ldots + C_n$$

Reihenschaltung

In der Reihenschaltung addieren sich die kapazitiven Blindwiderstände $X_{C1,2\ldots n}$ zum Gesamtblindwiderstand X_{Cg}.



$$X_{Cg} = X_{C1} + X_{C2} + \ldots + X_{Cn}$$

Die Kapazität C des Kondensators ist proportional dem Kehrwert des Blindwiderstands X_C.

$$C \sim \frac{1}{X_C}$$

Der Kehrwert der Gesamtkapazität ist gleich der Summe der Kehrwerte der Teilkapazitäten.

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \cdots + \frac{1}{C_n}$$

Formel für 2 Kondensatoren:

$$C_g = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \qquad C_1 = \frac{C_2 \cdot C_g}{C_2 - C_g}$$

Größe		Einheit	
C	Kapazität	F	Farad
B_C	Blindleitwert	S	Siemens
X_C	Blindwiderstand	Ω	Ohm

Beispiele

1. Welche Blindleistung Q_C nimmt ein Kondensator mit der Kapazität $C = 50\ \mu F$ an der Wechselspannung $U = 220$ V, Frequenz $f = 50$ Hz, auf?

$$Q = \frac{U^2 \cdot 314 \cdot C\mu F}{10^6} = \frac{220^2 \cdot 314 \cdot 50}{10^6}\ \text{var}$$

$$= \frac{48400 \cdot 314 \cdot 50}{10^6}\ \text{var} = 4{,}84 \cdot 3{,}15 \cdot 50\ \text{var} = \mathbf{760\ var}$$

2. Die Kapazität eines Kondensators ist zu berechnen, der an der Wechselspannung $U = 60$ V, Frequenz $f = 300$ Hz, eine Blindleistung $Q_C = 140$ var aufnimmt.

$$C = \frac{Q_C}{U^2 \cdot \omega} = \frac{140}{60^2 \cdot 6{,}28 \cdot 300}\ \text{F}$$

$$= \frac{140}{3600 \cdot 1885}\ \text{F} = \frac{140}{3{,}6 \cdot 1{,}885 \cdot 10^6}\ \text{F} = \frac{140}{6{,}78} \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 20{,}65\ \mu F$$

3. Wie groß sind Blind- und Wirkleistungsaufnahme der Schaltung?
Zu berechnen sind ferner die Kapazität C, der Leistungsfaktor $\cos\varphi$, der Phasenwinkel φ und der Verlustwinkel δ.

$Q_C \approx S$

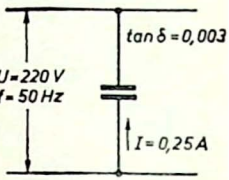
$Q_C = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}25\ \text{A} = 55\ \text{var}$

$P = Q_C \cdot \tan\delta = 55\ \text{var} \cdot 0{,}003 = 55 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{W} = 165\ \text{mW}$

$\cos\varphi = \frac{P}{S} \approx \frac{P}{Q} = \frac{165 \cdot 10^{-3}\,\text{W}}{55\ \text{VA}} = 3 \cdot 10^{-3} = 0{,}003$

$\sphericalangle\ \varphi = 89°50'$

$\sphericalangle\ \delta = 180 - 90 - \varphi = 180 - 179°50' = 0°10'$



23.11 Kondensator und Wirkwiderstand in Reihenschaltung

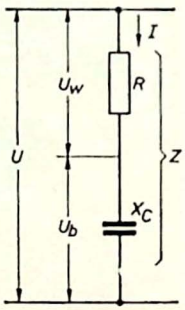
Wirkwiderstand R und kapazitiver Blindwiderstand X_C addieren sich geometrisch zum Scheinwiderstand Z:

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \qquad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Wirkwiderstand $R = \sqrt{Z^2 - X_C^2}$

Blindwiderstand $X_C = \sqrt{Z^2 - R^2}$

Ebenso wie die Widerstände Z, R und X_C verhalten sich auch die Spannungen U, U_w und U_b sowie die Leistungen S, P und Q.
Sie können anstelle der zugehörigen Widerstände in die obigen Formeln eingesetzt werden.

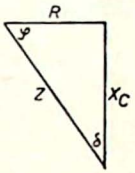


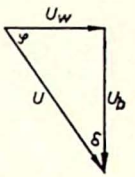
Siehe auch Seiten 98 und 108.
Winkelfunktionen:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_w}{U} = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{U_b}{U} = \frac{Q}{S}$$

$$\tan \delta = \frac{R}{X_C} = \frac{U_w}{U_b} = \frac{P}{Q}$$



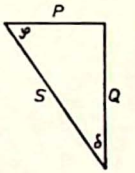


Die Teilleistungen sind gleich dem Produkt aus Stromquadrat und Teilwiderstand

Wirkleistung $P = I^2 \cdot R$

Blindleistung $Q = I^2 \cdot X_C$

Scheinleistung $S = I^2 \cdot Z$



Größe		Einheit	
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R	Wirkwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kapazitiver Blindwiderstand	Ω	Ohm
I	Strom	A	Ampere
U	Spannung	V	Volt
U_w	Wirkspannung	V	Volt
U_b	Blindspannung	V	Volt
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q_C	kapazitive Blindleistung	var	Voltampere reaktiv

Beispiele

1. Die Reihenschaltung des Widerstandes $R = 200\ \Omega$ mit dem Kondensator $C = 10\ \mu F$ liegt an der Wechselspannung $U = 220\ V$, Frequenz $f = 50\ Hz$. Welcher Strom fließt durch die Reihenschaltung?
Wie groß sind die Spannungen U_w am Widerstand und U_b am Kondensator?

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314\,s^{-1} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\,F} = \frac{10^6}{3140}\,\Omega = \frac{1000}{3{,}14}\,\Omega = 318\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{200^2 + 318^2}\ \Omega$$

$$= \sqrt{40 \cdot 10^3 + 101 \cdot 10^3}\ \Omega = \sqrt{14{,}1 \cdot 10^4}\ \Omega = 3{,}76 \cdot 10^2\,\Omega = 376\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220\ V}{376\ \Omega} = 0{,}585\ A$$

$$U_w = I \cdot R = 0{,}585\ A \cdot 200\ \Omega = 117\ V$$

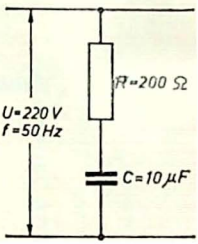
$$U_b = I \cdot X_C = 0{,}585\ A \cdot 318\ \Omega = 186\ V$$

2. Für die Schaltung sind Scheinleistung S, Wirkleistung P und Blindleistung Q zu berechnen.

$$S = U \cdot I = 220\ V \cdot 0{,}585\ A = 128{,}7\ VA$$

$$P = U_w \cdot I = 117\ V \cdot 0{,}585\ A = 68{,}4\ W$$

$$Q = U_b \cdot I = 186\ V \cdot 0{,}585\ A = 107{,}8\ var$$

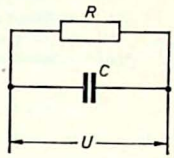


23.12 Kondensator und Wirkwiderstand in Parallelschaltung

Der Scheinleitwert Y ist gleich dem Kehrwert von Scheinwiderstand Z und gleich der geometrischen Summe von Wirkleitwert G und kapazitivem Blindleitwert B_C.

$$Y = \frac{1}{Z} \qquad G = \frac{1}{R}$$

$$Y^2 = G^2 + B_C^2 \qquad Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$



Wirkleitwert

$$G = \sqrt{Y^2 - B_C^2}$$

Blindleitwert

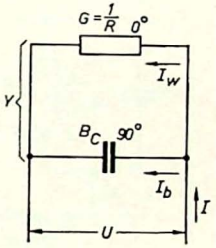
$$B_C = \sqrt{Y^2 - G^2}$$

Ableitung des Wirkleitwerts und des Blindleitwerts beim verlustfreien Kondensator

$(P = O;\ Q = S)$

$$G = \frac{P}{U^2} = \frac{Q}{U^2} = 0$$

$$B_C = \frac{Q}{U^2} = \frac{S}{U^2} = \frac{U \cdot I}{U^2} = \frac{I}{U} = \frac{1}{\frac{U}{I}} = \frac{1}{X_C}$$



In folgende Formeln werden die Widerstände eingesetzt:

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}$$

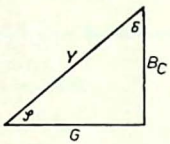
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

Winkelfunktionen

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y} = \frac{I_w}{I} = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{B_C}{Y} = \frac{I_b}{I} = \frac{Q}{S}$$

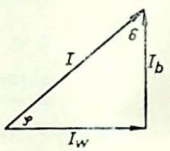
$$\tan \delta = \frac{G}{B_C} = \frac{I_w}{I_b} = \frac{P}{Q}$$



Die Teilleistungen sind das Produkt aus Spannungsquadrat und Teilleitwert und der Quotient aus Spannungsquadrat und Teilwiderstand.

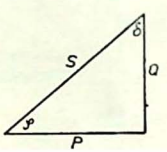
$$S = U^2 \cdot Y = \frac{U^2}{Z}$$

$$1\,\mathrm{VA} = 1\,\mathrm{V}^2 \cdot 1\,\mathrm{S} = \frac{1\,\mathrm{V}^2}{1\,\Omega}$$



$$P = U^2 \cdot G = \frac{U^2}{R}$$

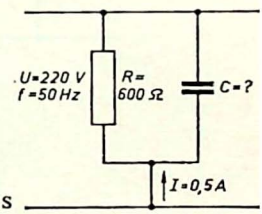
$$Q = U^2 \cdot B_C = \frac{U^2}{X_C}$$



Größe		Einheit	
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G	Wirkleitwert	S	Siemens
B_C	kapaz. Blindleitwert	S	Siemens
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
R	Wirkwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kapaz. Blindwiderstand	Ω	Ohm
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
I_w	Wirkstrom	A	Ampere
I_b	kapaz. Blindstrom	A	Ampere
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q_C	kapaz. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv

Beispiel

Die Parallelschaltung eines Kondensators mit dem Widerstand $R = 600\ \Omega$ liegt an der Wechselspannung $U = 220$ V, Frequenz $f = 50$ Hz. Wie groß muß die Kapazität sein, wenn die Stromstärke $I = 0{,}5$ A beträgt? Leistungsfaktor $\cos\varphi$ der Schaltung gesucht.



$$Y = \frac{I}{U} = \frac{0{,}5\ \text{A}}{220\ \text{V}} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{220}\ \text{S} \approx 2{,}27\ \text{mS}$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{600}\ \Omega = \frac{1000 \cdot 10^{-3}}{600}\ \text{S} = 1{,}66\ \text{mS}$$

$$B_C = \sqrt{Y^2 - G^2} = \sqrt{(2{,}27^2 - 1{,}6^{-2}) \cdot 10^{-6}}\ \text{S}$$

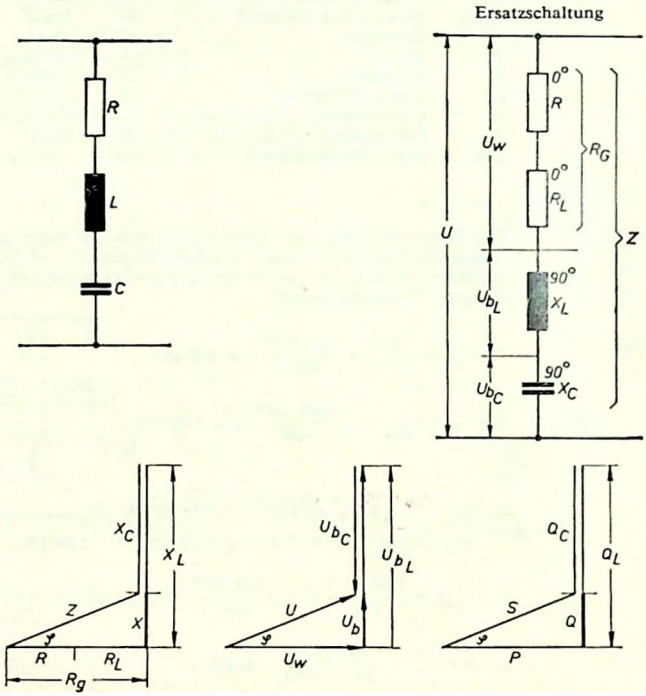
$$= \sqrt{5{,}15 - 2{,}78 \cdot 10^{-3}}\ \text{S} = \sqrt{2{,}37 \cdot 10^{-3}}\ \text{S} = 1{,}54\ \text{mS}$$

$$C = \frac{B_C}{2\pi f} = \frac{1{,}54 \cdot 10^{-3}}{314}\ \text{F} = \frac{1540 \cdot 10^{-6}}{314}\ \text{F} = 4{,}9\ \mu\text{F} \approx 5\ \mu\text{F}$$

$$\cos\varphi = \frac{G_L}{Y} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{S}}{2{,}27 \cdot 10^{-3}\ \text{S}} = 0{,}733$$

23.13 Kondensator, Spule und Wirkwiderstand in Reihenschaltung

Induktiver und kapazitiver Blindwiderstand haben gegensinnige Phasenlage. Der Gesamtblindwiderstand X der Schaltung ist gleich der Differenz der Blindwiderstände X_L und X_C.



$$X = X_L - X_C$$

Wirkwiderstand R_L der Induktivität und Wirkwiderstand R addieren sich zu R_g.

$$R_g = R_L + R.$$

Der Scheinwiderstand Z ist gleich der geometrischen Summe aus Gesamtwirkwiderstand und Gesamtblindwiderstand.

$$Z^2 = (R_L + R)^2 + (X_L - X_C)^2 \qquad Z = \sqrt{R_g^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Scheinwiderstand

$$Z = \sqrt{R_g^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \omega = 2\pi f$$

Wirkwiderstand

$$R_g = \sqrt{Z^2 - \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$1\,\Omega = \sqrt{1\,\Omega^2 - \left(1\,s^{-1} \cdot 1\,H - \frac{1}{1\,s^{-1} \cdot 1\,F}\right)^2}$$

Strom I ist gleich dem Quotienten aus Spannung und Scheinwiderstand.

$$I = \frac{U}{Z}$$

Die Teilspannungen sind gleich dem Produkt aus Strom und Teilwiderstand.

Gesamtspannung
$U = I \cdot Z$

induktive Blindspannung
$U_{bL} = I \cdot X_L$

kapazitive Blindspannung
$U_{bC} = I \cdot X_C$

Wirkspannung
$U_w = I \cdot R_g$

Die Leistungen sind gleich dem Produkt aus Stromquadrat und Teilwiderstand.

Scheinleistung
$S = I^2 \cdot Z$

induktive Blindleistung
$Q_L = I^2 \cdot X_L$

kapazitive Blindleistung
$Q_C = I^2 \cdot X_C$

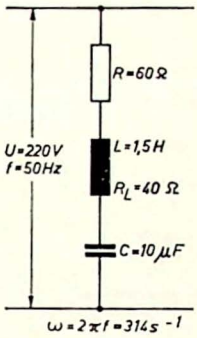
Wirkleistung
$P = I^2 \cdot R$

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
C	Kapazität	F	Farad
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
X_L	indukt. Blindwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kapaz. Blindwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
R	Wirkwiderstand	Ω	Ohm
U	Spannung (Klemmenspannung)	V	Volt
U_w	Wirkspannung	V	Volt
U_{bL}	Blindspannung an X_L	V	Volt
U_{bC}	Blindspannung an X_C	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q_L	ind. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
Q_C	kap. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv

Beispiel

Für die Schaltung sind zu errechnen:

X_L, X_C, R_g, Z, I, U_{bL}, U_{bC}, U_b, U_w, S, P, Q_L, Q_C, Q und $\cos\varphi$



$$X_L = \omega L = 314\ s^{-1} \cdot 1{,}5\ H = 471\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}\ \Omega$$

$$= \frac{1 \cdot 10^6}{3140}\ \Omega = 318\ \Omega$$

$$R_g = R + R_L = 60\ \Omega + 40\ \Omega = 100\ \Omega.$$

$$Z = \sqrt{R_g^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{100^2 + (471 - 318)^2}\ \Omega = \sqrt{100^2 + 153^2}\ \Omega$$

$$= \sqrt{10000 + 23400}\ \Omega = \sqrt{33400}\ \Omega = 182{,}75\ \Omega \approx 183\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220\ V}{183\ \Omega} \approx 1{,}2\ A$$

$$U_{bL} = I \cdot X_L = 1{,}2\ A \cdot 471\ \Omega = 565\ V$$

$$U_{bC} = I \cdot X_C = 1{,}2\ A \cdot 318\ \Omega = 382\ V$$

$$U_b = U_{bL} - U_{bC} = 565\ V - 382\ V = 183\ V$$

$$U_w = I \cdot R = 1{,}2\ A \cdot 100\ \Omega = 120\ V.$$

$$S = U \cdot I = 220\ V \cdot 1{,}2\ A = 264\ VA$$

$$P = I^2 \cdot R = 1{,}2^2\ A^2 \cdot 100\ \Omega = 1{,}44\ A^2 \cdot 100 = 144\ W$$

$$Q_L = I^2 \cdot X_L = 1{,}44\ A^2 \cdot 471\ \Omega = 678\ var$$

$$Q_C = I^2 \cdot X_C = 1{,}44\ A^2 \cdot 318\ \Omega = 458\ var$$

$$Q = Q_L - Q_C = 678\ var - 458\ var = 220\ var$$

$$\cos\varphi = \frac{R_g}{Z} = \frac{100\,\Omega}{183\,\Omega} \approx 0{,}545$$

$$\sphericalangle\,\varphi \approx 57°$$

Kontrolle

$$\cos\varphi = \frac{U_w}{U} = \frac{120\ \text{V}}{220\ \text{V}} \approx 0{,}545 \qquad \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{144\ \text{W}}{264\ \text{VA}} \approx 0{,}545$$

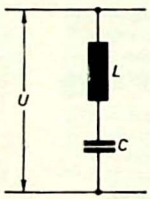
23.14 Reihenschwingungskreis (Spannungsresonanz)

Sind die Blindwiderstände von L und C gleich, heben sie sich in ihrer Wirkung auf.

$$X_L = X_C \qquad X_L - X_C = 0$$

Ist der Wirkwiderstand R_C des Kondensators zu vernachlässigen, dann ist der Scheinwiderstand Z gleich dem Wirkwiderstand R_L der Induktivität.

$$Z = \sqrt{R_L^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R_L^2} = R_L$$

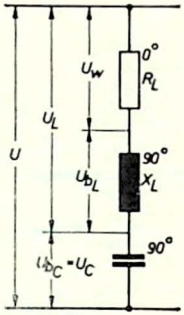


$$Z = R_L$$

Schaltungen dieser Art werden Schwingungskreise oder Resonanzkreise genannt. Der Strom wird sehr groß, weil nur noch R_L an der Spannung U liegt.

$$I = \frac{U}{R_L}$$

Ersatzschaltung



Wenn R_L wesentlich kleiner als X_L ist, wird Z_L der Spule etwa gleich X_L.

$$Z_L \approx X_L$$

Die Spannung U_{bL} an der Induktivität ist gleich der Spannung U_{bC} an der Kapazität.

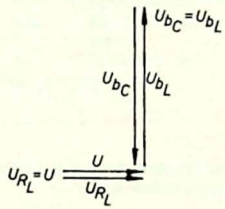
$$U_{bL} = I \cdot X_L$$

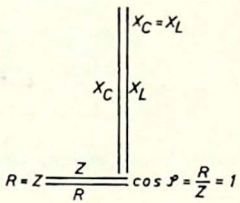
$$U_{bC} = I \cdot X_C$$

Die Spannungen an den Blindwiderständen können das Vielfache der Gesamtspannung betragen.

Die Wirkleistungsaufnahme des Resonanzkreises ist gleich dem Produkt aus Stromquadrat und Wirkwiderstand R_L.

$$P = I^2 \cdot R_L$$





Die Resonanzbedingung erfüllt eine L-C-Schaltung, wenn ihre Blindwiderstände gleich groß sind.

Daraus läßt sich die Schwingkreisformel ableiten:

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}}$$

« Thomsonsche Schwingungsformel »

$$1\text{Hz} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1\text{H} \cdot 1\text{F}}}$$

$$L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C} \qquad C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L}$$

$$\boxed{L = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot C}} \qquad \boxed{C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L}}$$

$4\pi^2 = 39{,}48$

Für die Netzfrequenz von $f = 50$ Hz sind in die folgenden Formeln L in Henry [H] und C in Mikrofarad [μF] einzusetzen:

$$L_{\text{Henry}} = \frac{10^6}{4 \cdot \pi^2 \cdot 2500 \cdot C_{\text{Mikrofarad}}}$$

$$L_{[H]} = \frac{10{,}13}{C_{[\mu F]}}$$

$$C_{[\mu F]} = \frac{10{,}13}{L_{[H]}}$$

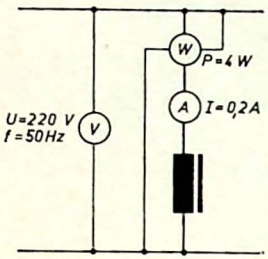
Faustformeln für 50 Hz-Resonanzkreise:

$$L_{[H]} \approx \frac{10}{C_{[\mu F]}} \qquad C_{[\mu F]} \approx \frac{10}{L_{[H]}}$$

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
C	Kapazität	F	Farad
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
X_L	indukt. Blindwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kapaz. Blindwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
U	Spannung	V	Volt
U_w	Wirkspannung	V	Volt
U_{bL}	ind. Blindspannung	V	Volt
U_{bC}	kapaz. Blindspannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
P	Wirkleistung	W	Watt
f	Frequenz	Hz	Hertz

Beispiele

Die Induktivität einer Eisenkernspule ist von der magnetischen Feldstärke H und deshalb von der Stromstärke I abhängig (Krümmung der Magnetisierungskurve).
Folgende Aufgabe berücksichtigt das bei der Berechnung eines Reihenresonanzkreises.



1. Für die Schaltung *a*) einer Drosselspule sind Z, R_L, X_L und L zu berechnen

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}2\ \text{A}} = 1100\ \Omega$$

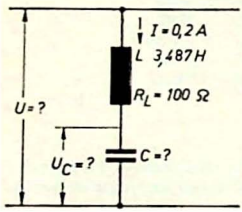
$$R_L = \frac{P}{I^2} = \frac{4\ \text{W}}{0{,}2^2\ \text{A}^2} = \frac{4}{0{,}04}\ \Omega = 100\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{1100^2 - 100^2}\ \Omega$$

$$= \sqrt{1210000 - 10000}\ \Omega = \sqrt{1200000}\ \Omega = 1095\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{1095}{314}\ \text{H} = 3{,}487\ \text{H}$$

2. Die Messung unter *a*) hat bei der Stromstärke $I = 0{,}2$ A eine Induktivität $L = 3{,}487$ H ergeben.
Welche Kondensatorkapazität ist für die Reihenresonanzschaltung zu wählen, und bei welcher Spannung U fließt der Strom $I = 0.2$ A.
Wie groß ist die Spannung U_{bC}?



$$C_{\mu F} = \frac{10{,}13}{L} \approx \frac{10{,}13}{3{,}487\ \text{H}} = 2{,}91\ \mu\text{F}$$

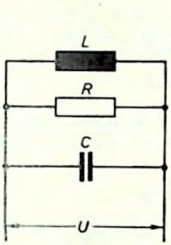
$$U = I \cdot R_L = 0{,}2\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = 20\ \text{V}$$

$$U_{bC} = I \cdot X_C = 0{,}2\ \text{A} \cdot X_C =$$

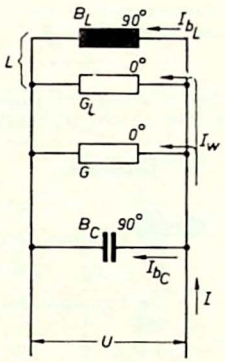
$$= 0{,}2\ \text{A} \cdot X_L = 0{,}2\ \text{A} \cdot 1095\ \Omega = 219\ \text{V}$$

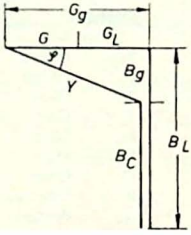
23.15 Spule, Kondensator und Wirkwiderstand in Parallelschaltung

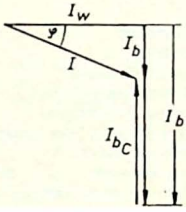
Die Wirkleitwerte G_L und G sind zu addieren.
$G_g = G_L + G_w$
Die Blindleitwerte B_L und B_C haben gegensinnige Phasenlage und sind voneinander abzuziehen.
$B_g = B_L - B_C$.

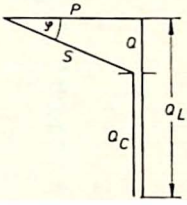


Ersatzschaltung









Die Leitwerte lassen sich aus den Widerständen berechnen (siehe auch Seiten 100-101)

$$G_L = \frac{R_L}{Z_L^2}; \quad G = \frac{1}{R}; \quad B_L = \frac{X_L}{Z_L^2}; \quad B_C = \frac{1}{X_C}; \quad Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z}$$

(Der Kondensator ist als verlustfrei angenommen).

Scheinleitwert Y ist die geometrische Summe aus Gesamtwirkleitwert G_g und Gesamtblindleitwert B_g

$$Y = \sqrt{(G_L + G)^2 + (B_L - B_C)^2}$$

$$Y = \sqrt{G_g^2 + B_g^2}$$

Gesamtleitwert

$$G_g = \sqrt{Y^2 - B_g^2}$$

Blindleitwert

$$B_g = \sqrt{Y^2 - G_g^2}$$

Die Teilströme sind gleich dem Produkt aus Spannung und Teilleitwert

$$I = U \cdot Y; \quad I_w = U \cdot G_g; \quad I_{bL} = U \cdot B_L; \quad I_{bC} = U \cdot B_C$$

Die Leistungen sind gleich dem Produkt aus Spannungsquadrat und Teilleitwert.

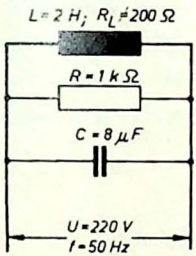
$$S = U^2 \cdot Y; \quad P = U^2 \cdot G_g; \quad Q_L = U^2 \cdot B_L; \quad Q_C = U^2 \cdot B_C$$

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
C	Kapazität	F	Farad
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
X_L	ind. Blindwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kap. Blindwiderstand	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
R	Wirkwiderstand	Ω	Ohm
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
B_L	indukt. Blindleitwert	S	Siemens

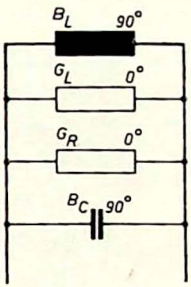
B_C	kapaz. Blindleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert der Spule	S	Siemens
G	Wirkleitwert	S	Siemens
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
I_{bL}	ind. Blindstrom	A	Ampere
I_{bC}	kapaz. Blindstrom	A	Ampere
I_w	Wirkstrom	A	Ampere
S	Scheinleistung	VA	Voltampere
P	Wirkleistung	W	Watt
Q_C	kapaz. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
Q_L	indukt. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv

Beispiel

Folgende Werte der Schaltung sind zu berechnen (C gilt als verlustfrei): X_L, Z_L, G_L, G_R, G_g, B_L, B_C, B_g, Y, I, I_w, I_{bL}, I_{bC}, I_b, S, P, Q und $\cos\varphi$.



Ersatzschaltung



$$X_L = \omega L = 314\ s^{-1} \cdot 2\ H = 628\ \Omega$$

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{200^2 + 628^2}\ \Omega$$

$$= \sqrt{40000 + 395000}\ \Omega = \sqrt{435000}\ \Omega \approx 660\ \Omega$$

$$G_L = \frac{R_L}{Z^2} = \frac{200}{660^2}\ S = \frac{200}{435000}\ S = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{435}\ S = 0{,}46\ mS$$

$$G_R = \frac{1}{R} = \frac{1}{1000\,\Omega} = 1\ \text{mS}$$

$$G_g = G_R + G_L = (1 + 0{,}46)\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 1{,}46\ \text{mS}$$

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2} = \frac{628}{660^2}\ \text{S} = \frac{628}{435\,000}\ \text{S} = \frac{628\cdot 10^{-3}}{435}\ \text{S} = 1{,}444\ \text{mS}$$

$$B_C = \omega C = 314\cdot 8\cdot 10^{-6}\ \text{S} = 2515\cdot 10^{-6}\ \text{S} = 2{,}515\ \text{mS}$$

$$B_g = B_C - B_L = (2{,}515 - 1{,}444)\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 1{,}071\ \text{mS}$$

$$Y = \sqrt{G_g^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{G_g^2 - B_g^2}$$
$$= \sqrt{1{,}46^2 + 1{,}072^2}\cdot 10^{-3}\,\text{S} = \sqrt{2{,}14 + 1{,}148}\cdot 10^{-3}\,\text{S} = \sqrt{3{,}278}\cdot 10^{-3}\,\text{S}$$
$$= 1{,}81\ \text{mS}$$

$$I = U\cdot Y = 220\ \text{V}\cdot 1{,}81\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 398\cdot 10^{-3}\ \text{A} = 0{,}398\ \text{A}$$

$$I_w = U\cdot G_g = 220\ \text{V}\cdot 1{,}46\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 321\cdot 10^{-3}\ \text{A} = 0{,}321\ \text{A}$$

$$I_{bL} = U\cdot B_L = 220\ \text{V}\cdot 1{,}444\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 318\cdot 10^{-3}\ \text{A} = 0{,}318\ \text{A}$$

$$I_{bC} = U\cdot B_C = 220\ \text{V}\cdot 2{,}515\cdot 10^{-3}\ \text{S} = 553\cdot 10^{-3}\ \text{A} = 0{,}553\ \text{A}$$

$$I_b = U\cdot B_g = 220\ \text{V}\cdot 1{,}071\cdot 10^{-3}\ \text{S} \approx 236\cdot 10^{-3}\ \text{A} = 0{,}236\ \text{A}$$

$$S = U\cdot I = 220\ \text{V}\cdot 0{,}398\ \text{A} = 87{,}6\ \text{VA}$$

$$P = U\cdot I_w = 220\ \text{V}\cdot 0{,}321\ \text{A} = 70{,}6\ \text{W}$$

$$Q = U\cdot I_b = 220\ \text{V}\cdot 0{,}235\ \text{A} = 51{,}7\ \text{var}$$

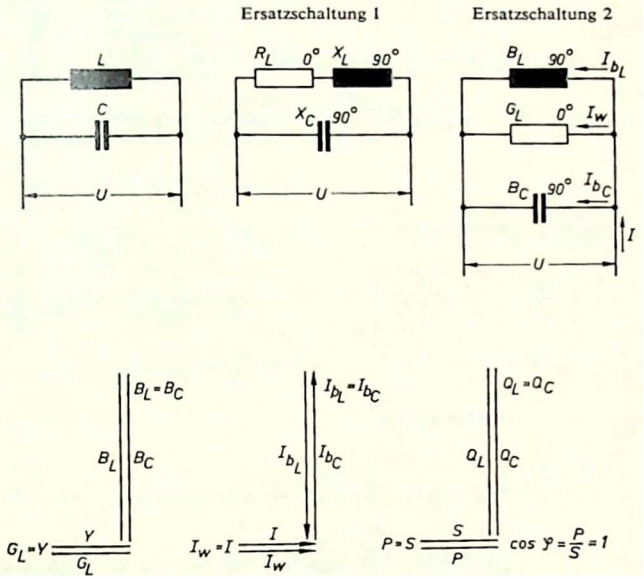
$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{70{,}6\ \text{W}}{87{,}6\ \text{VA}} \approx 0{,}806$$

Kontrolle

$$\cos\varphi = \frac{G_g}{Y} = \frac{1{,}46\ \text{S}}{1{,}81\ \text{S}} = 0{,}806$$

23.16 Parallelschwingungskreis (Stromresonanz)

Wenn die Blindleitwerte B_L und B_C gleich groß sind, besteht Stromresonanz. I_{bL} und I_{bC} sind gleich groß, und wegen ihrer gegensinnigen Phasenlage ist in der Zuleitung kein Strom.
Der Scheinwiderstand dieser Parallelresonanz-Schaltung kann weit über dem Wert des einzelnen Blindwiderstands liegen.



Ableitung der Widerstandsformel für Parallelresonanz:

$Y = \sqrt{G_L^2 + (B_L - B_C)^2}$ (Siehe auch Seite 100)

$B_L = B_C$; $B_L - B_C = 0$ (Resonanzbedingung)

$Y = G_L = \frac{R_L}{Z_L^2}$ (Siehe auch Seite 101)

R_L ist sehr klein gegen X_L, also ist $X_L \approx Z_L$

$$Y = \frac{R_L}{X_L^2}$$

$X_L = X_C$, also ist $X_L^2 = X_L \cdot X_C$

$$Y = \frac{R_L}{X_L \cdot X_C} = \frac{R_L}{\omega L \cdot \frac{1}{\omega C}} = \frac{R_L \cdot \omega C}{\omega L}$$

Scheinleitwert

$$Y = \frac{R_L \cdot C}{L}$$

$$1\,S = \frac{1\,\Omega \cdot 1\,F}{1\,H} \qquad I = \frac{U}{Z} = U \cdot Y$$

Scheinwiderstand

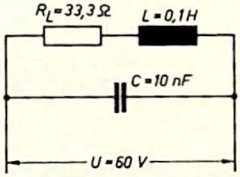
$$Z = \frac{L}{R_L \cdot C}$$

$$1\,\Omega = \frac{1\,H}{1\,\Omega \cdot 1\,F} \qquad P = U^2 \cdot G_L$$

Die Frequenz wird nach der Thomsonschen Schwingungsformel berechnet (Seite 140).

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
C	Kapazität	F	Farad
Y	Scheinleitwert	S	Siemens
G_L	Wirkleitwert der Spule	S	Siemens
B_L	ind. Blindleitwert	S	Siemens
B_C	kap. Blindleitwert	S	Siemens
Z	Scheinwiderstand	Ω	Ohm
Z_L	Scheinwiderstand der Spule	Ω	Ohm
R_L	Wirkwiderstand der Spule	Ω	Ohm
X_L	indukt. Blindwiderstand	Ω	Ohm
X_C	kap. Blindwiderstand	Ω	Ohm
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
P	Wirkleistung	W	Watt

Beispiel Zu berechnen sind Scheinwiderstand Z, Stromstärke I und die Resonanzfrequenz f des Kreises (Abb.)!



$$Z = \frac{L}{R_L \cdot C} = \frac{0{,}1\ \text{H}}{33.3\ \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-9}\ \text{F}}$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 10^9}{333}\ \Omega = \frac{100 \cdot 10^6}{333}\ \Omega$$

$$\approx 0{,}3 \cdot 10^6\ \Omega = 300\ \text{k}\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{60\ \text{V}}{300 \cdot 10^3\ \Omega} = \frac{60}{300} \cdot 10^{-3}\ \text{A}$$

$$= 0{,}2\ \text{mA}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{0{,}1\ \text{H} \cdot 10 \cdot 10^{-9}\ \text{F}}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{1000 \cdot 10^{-12}}}\ \text{Hz}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{1000} \cdot 10^{-6}}\ \text{Hz} = \frac{1 \cdot 10^6}{6{,}28 \cdot 31{,}6}\ \text{Hz} = \frac{1000 \cdot 10^3}{198{,}5}\ \text{Hz} = 5040\ \text{Hz}$$

24. Wellenlänge, Frequenz und Schwingkreis

24.1 Wellenlänge und Frequenz

Elektromagnetische Wellen (z.B. Funkwellen oder Licht) bewegen sich mit der Geschwindigkeit von $c \approx 300000$ km je Sekunde fort.
Die Frequenz gibt an, wieviel periodische Schwingungszüge in einer Sekunde, also auf der Strecke von 300000 km, auftreten.
Die Wellenlänge ist gleich dem Quotienten aus Lichtgeschwindigkeit und Frequenz.

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad \boxed{\lambda_{km} = \frac{300000}{f}} \quad \text{oder} \quad \boxed{\lambda_m = \frac{300000000}{f}}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \boxed{f = \frac{300000}{\lambda_{km}}} \quad \text{oder} \quad \boxed{f = \frac{300000000}{\lambda_m}}$$

Größe		Einheit	
λ	Wellenlänge	km	Kilometer
		m	Meter
f	Frequenz	Hz	Hertz
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen	300 000 km/s	

Beispiele 1. Der Sender Hamburg arbeitet auf der Frequenz $f = 971$ kHz.
Die Wellenlänge ist zu berechnen!

$$\lambda_{km} = \frac{300000}{f} = \frac{300 \cdot 10^3}{971 \cdot 10^3}\,\text{km} = 0{,}309\,\text{km} = \mathbf{309\ m}$$

2. Der Bildträger des Fernsehkanals 36 hat die Frequenz $f = 591{,}25$ MHz.
Welcher Wellenlänge entspricht das?

$$\lambda_m = \frac{300000000}{f} = \frac{300 \cdot 10^6}{591{,}25 \cdot 10^6}\,\text{m} = \mathbf{0{,}508\ m}$$

3. Der Langwellenbereich erstreckt sich von 1050–2000 m. Die Grenzfrequenzen sind zu berechnen!

$$f_1 = \frac{300000}{\lambda_{1\,km}} = \frac{300 \cdot 10^3}{1{,}05}\,\text{Hz} = \mathbf{286\ kHz}$$

$$f_2 = \frac{300000}{\lambda_{2\,km}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2}\,\text{Hz} = \mathbf{150\ kHz}$$

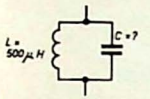
24.2 Schwingkreisformeln für MHz, pF und µH sowie für kHz, nF und mH

$$C_{\substack{\text{pF}\\\text{nF}}} = \frac{25330}{f^2_{\substack{\text{MHz}\\\text{kHz}}} \cdot L_{\substack{\mu\text{H}\\\text{mH}}}} \qquad L_{\substack{\mu\text{H}\\\text{mH}}} = \frac{25330}{f^2_{\substack{\text{MHz}\\\text{kHz}}} \cdot C_{\substack{\text{pF}\\\text{nF}}}}$$

$$f_{\substack{\text{MHz}\\\text{kHz}}} = \frac{159}{\sqrt{L_{\substack{\mu\text{H}\\\text{mH}}} \cdot C_{\substack{\text{pF}\\\text{nF}}}}}$$

Größe	Einheit		Einheit	
f Frequenz	MHz	Megahertz	kHz	Kilohertz
L Induktivität	μH	Mikrohenry	mH	Millihenry
C Kapazität	pF	Picofarad	nF	Nanofarad

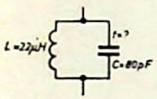
Beispiele 1. *MHz, pF, μH*:



f = 468 kHz

$$C_{pF} = \frac{25330}{f^2_{MHz} \cdot L_{\mu H}} = \frac{25330}{0{,}468^2 \cdot 500}\ pF$$

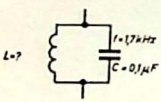
$$= \frac{25330}{0{,}219 \cdot 500}\ pF = \frac{25330}{109{,}5}\ pF = \mathbf{231{,}5\ pF}$$



$$f_{MHz} = \frac{159}{\sqrt{L_{\mu H} \cdot C_{pF}}} = \frac{159}{\sqrt{22 \cdot 80}}\ MHz$$

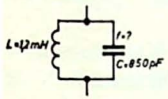
$$= \frac{159}{\sqrt{1760}}\ MHz = \frac{159}{41{,}9}\ MHz \approx \mathbf{3{,}8\ MHz}$$

2. *kHz, nF, mH*:



$$L_{mH} = \frac{25330}{f^2_{kHz} \cdot C_{nF}} = \frac{25330}{1{,}7^2 \cdot 100}\ mH$$

$$= \frac{25330}{289}\ mH = \mathbf{88{,}6\ mH}$$



$$f_{kHz} = \frac{159}{\sqrt{L_{mH} \cdot C_{nF}}} = \frac{159}{\sqrt{1{,}2 \cdot 0{,}85}}\ kHz$$

$$= \frac{159}{\sqrt{1{,}02}}\ kHz = \frac{159}{1{,}01}\ kHz = \mathbf{157{,}5\ kHz}$$

24.3 Spulen mit Massekernen

Mit Hilfe von Schalenkernen aus HF-Eisen (Masse-Kern, Ferrite) lassen sich gut berechenbare Spulen für den HF- und NF-Bereich herstellen.

Die Induktivität L ist proportional dem Kernfaktor A_L und dem Quadrat der Windungszahl.

$$L_{nH} = A_L \cdot N^2 \qquad N = \sqrt{\frac{L_{nH}}{A_L}}$$

$$A_L = \frac{L_{nH}}{N^2}$$

Größe		Einheit	
L	Induktivität	nH	Nanohenry
A_L	Kernfaktor	$\frac{L_{nH}}{N^2}$	
N	Windungszahl		

Beispiele 1. Ein Resonanzkreis soll eine Spule mit der Induktivität $L = 420\,\mu H$ erhalten.
Der Valvo-Schalenkern K 300572 mit der Kernkonstante $A_L = 63$ soll verwendet werden. Die Windungszahl N ist zu berechnen!

$$N = \sqrt{\frac{L_{nH}}{A_L}} = \sqrt{\frac{420 \cdot 10^3}{63}} = \sqrt{6670} = \mathbf{88}$$

2. Welche Windungszahl benötigt der Vogt-Schalenkern N 34/28 FC (A_L-Wert = 43) für die Induktivität $L = 8\,mH$?

$$N = \sqrt{\frac{L_{nH}}{A_L}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^6}{43}} = \sqrt{0{,}186 \cdot 10^6}$$

$$= \sqrt{0{,}186} \cdot 10^3 = \mathbf{431}$$

3. Ein unbekannter Schalenkern soll für eine Spule mit der Induktivität $L = 0{,}8$ mH verwendet werden.
Eine Probewicklung von 10 Windungen ergibt eine Induktivität $L = 25\,\mu H$ (L-Meßgerät).
A_L-Wert und erforderliche Windungszahl sind zu berechnen!

$$A_L = \frac{L_{nH}}{N^2} = \frac{25 \cdot 10^3}{100} = \mathbf{250}$$

$$N = \sqrt{\frac{L_{nH}}{A_L}} = \sqrt{\frac{800000}{250}} = \sqrt{3200} = 56{,}6 \approx \mathbf{57}$$

24.4 Windungszahl und Resonanzfrequenz

a) Die Windungszahl N einer Spule ist proportional der Wurzel aus ihrer Induktivität L.

b) Die Resonanzfrequenz f eines Schwingkreises ist reziprok proportional der Wurzel aus der Kreisinduktivität L.

a) $\dfrac{N_1}{N_2} = \sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}$ *b*) $\dfrac{f_2}{f_1} = \sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}$

Die Windungszahl N einer Schwingkreisspule ist also proportional dem Kehrwert der Resonanzfrequenz f

$$\boxed{\frac{N_1}{N_2} = \frac{f_2}{f_1}} \qquad \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$

$$N_1 = \frac{N_2 \cdot f_2}{f_1} \qquad f_1 = \frac{f_2 \cdot N_2}{N_1}$$

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
f	Resonanzfrequenz	Hz	Hertz
N	Windungszahl		

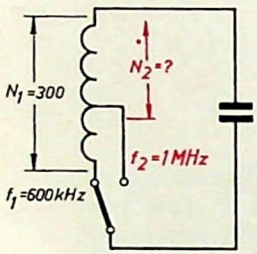
Beispiele 1. Ein Schwingkreis für die Resonanzfrequenz $f_1 = 998$ kHz hat eine Spule von $N = 120$ Windungen.
Wieviel zusätzliche Windungen sind aufzubringen, wenn

die Resonanzfrequenz auf $f_2 = 908$ kHz gesenkt werden soll?

$$N_2 = \frac{N_1 \cdot f_1}{f_2} = \frac{120 \cdot 998\ \text{kHz}}{908\ \text{kHz}} = 132$$

$$N_{zu} = N_2 - N_1 = 132 - 120 = \mathbf{12}$$

2. Die Resonanzfrequenz eines Schwingkreises $f_1 = 600$ kHz soll durch Spulenabgriff auf $f_2 = 1$ MHz erhöht werden. Die Spule hat eine Windungszahl $N_1 = 300$ (Abb). Wieviel Windungen sind abzugreifen?



$$N_2 = \frac{N_1 \cdot f_1}{f_2} = \frac{300 \cdot 600\ \text{kHz}}{1000\ \text{kHz}} = 180$$

24.5 Variation von Drehkondensatoren

Das Verhältnis der End- zur Anfangskapazität von Drehkondensatoren ($V = C_e/C_a$) ist für viele Verwendungszwecke zu hoch. Durch Parallel- oder Serienkondensatoren (C_p oder C_s) läßt sich jede gewünschte kleinere Variation erreichen.

Parallelkondensator C_p

C_p liegt parallel zu C_a und C_e

Variation $V = \dfrac{V_E}{V_A} = \dfrac{C_e + C_p}{C_a + C_p}$

a) $\boxed{V \cdot (C_a + C_p) = C_e + C_p}$ (leicht abzuleitende Gedächtnisformel)

b) $\boxed{C_p = \dfrac{C_e - V \cdot C_a}{V - 1}}$ Parallelkondensator

Serienkondensator C_s

C_s liegt in Serie zu C_a und C_e

Variation $V = \dfrac{\dfrac{C_e \cdot C_s}{C_e + C_s}}{\dfrac{C_a \cdot C_s}{C_a + C_s}}$

a) $\boxed{V \cdot \dfrac{C_a \cdot C_s}{C_a + C_s} = \dfrac{C_e \cdot C_s}{C_e + C_s}}$ (leicht abzuleitende Formel)

b) $\boxed{C_a = \dfrac{(V-1) \cdot C_a \cdot C_e}{C_e - V \cdot C_a}}$ Serienkondensator

Größe		Einheit	
C_a	Anfangskapazität des Drehkondensators	pF	Picofarad
C_e	Endkapazität des Drehkondensators	pF	Picofarad
C_A	Anfangskapazität der Gesamtschaltung	pF	Picofarad
C_E	Endkapazität der Gesamtschaltung	pF	Picofarad
V	Kapazitätsvariation der Gesamtschaltung $\frac{C_E}{C_A}$		

24.6 Einengung des Abstimmbereichs

Oft ist die Variation eines Drehkondensators für den geforderten Abstimmbereich eines Schwingkreises zu groß. $\left[\frac{C_e}{C_a} > \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2\right]$ Durch Parallel- oder Serienkondensator kann dann jedes gewünschte kleinere Frequenzverhältnis erreicht werden.

Die Kreiskapazität muß sich reziprok quadratisch zur Frequenz ändern.

$V = \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2$ Bei der Berechnung der Korrekturkondensatoren ist deshalb an Stelle von V das quadrierte Frequenzverhältnis einzusetzen.

Parallelkondensator

$$C_p = \frac{C_e - \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 \cdot C_a}{\left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 - 1}$$

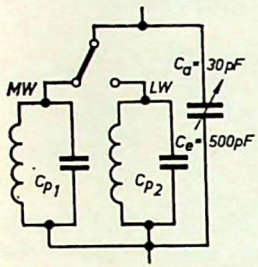
Serienkondensator

$$C_s = \frac{\left[\left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 - 1\right] \cdot C_a \cdot C_e}{C_e - \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 \cdot C_a}$$

Die Berechnung der Induktivität der Schwingkreisspule (Seite 151) kann entweder mit der Anfangskapazität der Gesamtschaltung C_A und der höchsten Frequenz f_0 oder mit der Endkapazität der Gesamtschaltung C_E und der niedrigsten Frequenz f_u durchgeführt werden.

Größe		Einheit	
f_0	höchste Frequenz des Abstimmbereichs	Hz	Hertz
f_u	niedrigste Frequenz des Abstimmbereichs	Hz	Hertz

Beispiele 1. Parallelkondensator
Ein Drehkondensator, $C_a = 30$ pF, $C_e = 500$ pF, soll für die Abstimmung der Bereiche Mittelwelle (535-1 605 kHz) und Langwelle (150-285 kHz) verwendet werden. Die Parallelkapazitäten C_{p1} und C_{p2} sind zu berechnen!



1. *Mittelwellenbereich*
(Rechnung mit Hilfe der Formel a) Seite 157)

$$\left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 \cdot (C_a + C_{p1}) = C_e + C_{p1}$$

$$\left(\frac{1605\ \text{kHz}}{535\ \text{kHz}}\right)^2 \cdot (30\ \text{pF} + C_{p1}) = 500\ \text{pF} + C_{p1}$$

$$3^2 \cdot (30\ \text{pF} + C_{p1}) = 500\ \text{pF} + C_{p1}$$

$$270\ \text{pF} + 9\,C_{p1} = 500\ \text{pF} + C_{p1}$$

$$8\,C_{p1} = 230\ \text{pF}$$

$$C_{p1} = 28{,}8\ \text{pF} \approx \mathbf{29\ pF}$$

Kontrolle : Variation $V_1 = \dfrac{C_e + C_{p1}}{C_a + C_{p1}} = \dfrac{529\ \text{pF}}{59\ \text{pF}} \approx 9!$

2. *Langwellenbereich*
(Rechnung mit Hilfe der Formel auf Seite 159)

$$C_{p2} = \frac{C_e - \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 \cdot C_a}{\left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 - 1}; \quad \left(\frac{f_0}{f_u}\right)^2 = \left(\frac{285\ \text{kHz}}{150\ \text{kHz}}\right)^2 = 1{,}9^2 = 3{,}61$$

$$C_{p2} = \frac{500\ \text{pF} - 3{,}61 \cdot 30\ \text{pF}}{3{,}61 - 1} = \frac{500\ \text{pF} - 108{,}3\ \text{pF}}{2{,}61}$$

$$= \frac{391{,}7\ \text{pF}}{2{,}61} = \mathbf{150\ pF}$$

Kontrolle : Variation $V_2 = \dfrac{C_e + C_{p2}}{C_a + C_{p2}} = \dfrac{C_E}{C_A}$

$$= \frac{650\ \text{pF}}{180\ \text{pF}} \approx 3{,}61!$$

2. Die Variation eines Drehkondensators mit der Anfangskapazität $C_a = 40$ pF und der Endkapazität $C_e = 380$ pF soll
   1. durch Parallelkondensator C_p
   2. durch Serienkondensator C_s

   auf 3 : 1 eingeengt werden. C_p und C_s sind zu berechnen!

   1. *Parallelkondensator*

   Formel a) Seite 157

$V \cdot (C_a + C_p) = C_e + C_p$

$$\begin{aligned} 3(40\ \text{pF} + C_p) &= 380\ \text{pF} + C_p \\ 120\ \text{pF} + 3\,C_p &= 380\ \text{pF} + C_p \\ 2\,C_p &= 260\ \text{pF} \\ C_p &= \mathbf{130\ pF} \end{aligned}$$

Formel b) Seite 157

$$C_p = \frac{C_e - V \cdot C_a}{V - 1} = \frac{380\ \text{pF} - 3 \cdot 40\ \text{pF}}{3 - 1} = \frac{260\ \text{pF}}{2} = \mathbf{130\ pF}$$

   2. *Serienkondensator*

Formel a) Seite 157

$$V \cdot \frac{C_a \cdot C_s}{C_a + C_s} = \frac{C_e \cdot C_s}{C_e + C_s} = \frac{3 \cdot 40\ \text{pF} \cdot C_s}{40\ \text{pF} + C_s} = \frac{380\ C_s}{380\ \text{pF} + C_s}$$

$$120\ C_s(380\ \text{pF} + C_s) = 380\ C_s(40\ \text{pF} + C_s)$$

$$45600\ \text{pF} \cdot C_s + 120\ C_s = 15200\ \text{pF} \cdot C_s + 380\ C_s$$

$$30400\ \text{pF} \cdot C_s^2 = 260\ C_s^2$$

$$C_s = \frac{30400\ \text{pF}}{260}$$

$$C_s = \mathbf{117\ pF}$$

Berechnung nach Formel b) Seite 157

$$C_s = \frac{(V-1) \cdot C_a \cdot C_e}{C_e - V \cdot C_a}$$

$$C_s = \frac{(3-1) \cdot 40\ \text{pF} \cdot 380\ \text{pF}}{380\ \text{pF} - 3 \cdot 40\ \text{pF}}$$

$$C_s = \frac{30400\ \text{pF}}{260}$$

$$C_s = \mathbf{117\ pF}$$

25. Netztransformatoren

Transformatoren lassen sich ohne genaue Eisenkennlinien nur überschläglich berechnen. Für Netztransformatoren kleiner Leistung reichen zumeist Faustformeln.

Berechnung des erforderlichen Blechpakets (Eisenfläche) ($B_{max} = 12$ kG)

$$A_E = \frac{\sqrt{S_s}}{\eta} \qquad 1\,\text{cm}^2 = \frac{\sqrt{1\,\text{V} \cdot 1\,\text{A}}}{\eta}$$

Tabelle 1

Trafo-Nennleistung	Wirkungsgrad η	Nutzfaktor k der Wickelfläche
5- 60 VA	0,6 -0,85	0,6
60-200 VA	0,85-0,9	0,65
200-500 VA	0,9 -0,94	0,7

Bei Zwischenwerten stets den *größeren* Kern wählen!
In Gleichrichterschaltungen mit Transformatoren ist der Leistungsbedarf der Gleichrichterwicklung je nach Gleichrichtungsart verschieden.

Tabelle 2

Einweggleichrichtung	$S = 2{,}3 \cdot P_-$
Zweiweggleichrichtung (Mittelpunktschaltung)	$S = 1{,}8 \cdot P_-$
Graetz- (Brücken)-schaltung	$S = 1{,}4 \cdot P_-$

Berechnung der Windungszahlen

$$U_{\text{eff}} = 4{,}44 \cdot f \cdot B_{\max} \cdot A_E \cdot N \cdot 10^{-8}$$

Für $f = 50$ Hz gilt :

$$N = \frac{U_{\text{eff}} \cdot 10^8}{222 \cdot B_{\max} \cdot A_E}$$

$$1 = \frac{1\,\text{V} \cdot 10^8}{222 \cdot 1\,\text{G} \cdot 1\,\text{cm}^2}$$

Wird $B_{\max}$ mit 12 kG eingesetzt, vereinfacht sich die Formel

$$N = 40 \frac{U_{\text{eff}}}{A_E}$$

Zum Ausgleich der Verluste wird die Windungszahl der Primärwicklung um etwa 5% vermindert, die der Sekundärwicklung(en) um 5% erhöht.

$$N_p = 38 \frac{U_p}{A_E} \qquad 1 = 38 \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{cm}^2}$$

$$N_{s1,2\ldots n} = 42 \frac{U_{s1,2\ldots n}}{A_E} \qquad 1 = 42 \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{cm}^2}$$

Diese Werte treffen für 50 VA-Kerne zu. Bis zu 500 VA-Kernen sinken Abzug und Zuschlag auf ca. 2%.

Die erforderliche Wechselspannung der Gleichrichterwicklung beträgt beim Betrieb mit Ladekondensator etwa 0,9 der gewünschten Gleichspannung.

$$U_{\sim} = 0{,}9 \cdot U_{-}$$

Berechnung der Wickelfläche

Die nutzbare Wickelfläche A_w ist nur 0,6-0,7 der Fensterfläche A_F (siehe Tab. 1).

Die Primärwicklung benötigt 50% dieser nutzbaren Fläche.

$$A_p = 0{,}5 \cdot A_w$$

$$A_p = 0{,}5 \cdot k \cdot A_F \qquad 1\ \text{cm}^2 = 0{,}5 \cdot k \cdot 1\ \text{cm}^2$$

Die Sekundärwickelflächen verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Leistungen.

$$\frac{A_{s1}}{0{,}5 \cdot k \cdot A_F} = \frac{S_{s1}}{S_{s_g}}$$

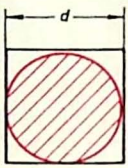
$$A_{s1,2\ldots n} = \frac{0{,}5 \cdot k \cdot A_F \cdot S_{s1}}{S_{sg}} \qquad 1\ \text{cm}^2 = \frac{0{,}5 \cdot k \cdot 1\ \text{cm}^2 \cdot 1\ \text{VA}}{1\ \text{VA}}$$

Bei nur *einer* Sekundärwicklung :

$$A_s = A_p = 0{,}5 \cdot k \cdot A_F$$

Berechnung des Drahtdurchmessers

Jede Windung benötigt eine Wickelfläche gleich dem Quadrat des Drahtdurchmessers (Skizze).
Der Drahtdurchmesser ist daher gleich der Wurzel aus dem Quotienten von Wickelfläche und Windungszahl.



$$d_{\text{in cm}} = \sqrt{\frac{A_w}{N}}$$

$$d_{\text{in mm}} = 10 \sqrt{\frac{A_w}{N}} \qquad 1\ \text{mm} = 10 \sqrt{\frac{1\ \text{cm}^2}{1}}$$

Bei Wahl des richtigen Trafokernes liegt die Stromdichte unterhalb der zulässigen Grenze.

Tabelle:
Eisenkerne (Angaben für $B_{max} = 12$ kG)

Kernbezeichnung:	M 55	M 65	M 74	M 84	M 102a	M 102b
Eisenfläche in cm^2	3,16	5,0	6,9	8,7	11,0	16,7
Fensterfläche in cm^2	4,0	5,6	7,1	7,5	11,5	11,5

Größe		Einheit	
A_E	Eisenfläche	cm^2	Quadratzentimeter
A_F	Fensterfläche	cm^2	Quadratzentimeter
A_w	Nutzbare Wickelfläche	cm^2	Quadratzentimeter
S_p	Trafonennleistung	VA	Voltampere
$S_{s1,2}$	Leistungsbedarf der Sekundärwicklungen	VA	Voltampere
P_-	Gleichstromleistung	W	Watt
f	Frequenz	Hz	Hertz
N	Windungszahl		
B_{max}	Größte Felddichte	G	Gauß
U	Spannung	V	Volt
I	Stromstärke	A	Ampere
d	Durchmesser	mm	Milimeter
η	Wirkungsgrad		
k	Nutzfaktor der Fensterfläche		

Beispiele 1. Ein Heiztrafo : *Primär 220 V/50 Hz; sekundär 6,3 V/4 A* ist zu berechnen!

a) Eisenfläche

$$A_E = \frac{\sqrt{S_s}}{\eta} = \frac{\sqrt{U_s \cdot I_s}}{\eta} = \frac{\sqrt{6{,}3\ \text{V} \cdot 4\ \text{A}}}{0{,}8} = \frac{\sqrt{25{,}2\ \text{VA}}}{0{,}8}$$

$$= 6{,}3\ \text{cm}^2 \qquad \eta \text{ für 30 VA-Kerne} \approx 0{,}8.$$

Gewählt Kern M 74 : Eisenfläche 6,9 cm²
Fensterfläche 7,1 cm²

b) Windungszahlen

$$N_p = 38 \cdot \frac{U_p}{A_E} = 38 \cdot \frac{220\ \text{V}}{6{,}9\ \text{cm}^2} \approx \mathbf{1210}$$

$$N_s = 42 \cdot \frac{U_s}{A_E} = 42 \cdot \frac{6{,}3\ \text{V}}{6{,}9\ \text{cm}^2} \approx \mathbf{38}$$

c) Wickelflächen

$A_p = 0{,}5 \cdot k \cdot A_F = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 7{,}1\ \text{cm}^2 = 2{,}1\ \text{cm}^2$
$A_s = A_p = 2{,}1\ \text{cm}^2$

d) Drahtdurchmesser

$$d_p = 10 \cdot \sqrt{\frac{A_p}{N_p}} = 10 \sqrt{\frac{2{,}1\ \text{cm}^2}{1210}} = 10 \cdot \sqrt{0{,}00174}\ \text{mm}$$

$$= 10 \cdot 0{,}0417\ \text{mm} = \mathbf{0{,}417\ mm}$$

Gewählt : $d_p = \mathbf{0{,}4\ mm}$

$$d_s = 10 \cdot \sqrt{\frac{A_s}{N_s}} = 10 \sqrt{\frac{2{,}1\ \text{cm}^2}{38}} = 10 \cdot \sqrt{0{,}055}\ \text{mm}$$

$$= 10 \cdot 0{,}23\ \text{mm} = \mathbf{2{,}3\ mm}$$

Gewählt : $d_s = \mathbf{2\ mm}$

2. Ein Stromversorgungsgerät für den Netzanschluß 220 V/50 Hz soll liefern :

   1) Gleichspannung $U_- = 350$ V am Ladekondensator (Brückengleichrichter)
      Gleichstrom $I_- = 0{,}25$ A

   2) Heizspannung $U_h = 12{,}6$ V
      Heizstrom $I_h = 3$ A

   a) Leistungsbedarf

$$S_{s1} = 1{,}4 \cdot U_- \cdot I_- = 1{,}4 \cdot 350\ \text{V} \cdot 0{,}25\ \text{A} = 122{,}5\ \text{VA}$$
$$S_{s2} = U_h \cdot I_h = 12{,}6\ \text{V} \cdot 3\ \text{A} = 37{,}8\ \text{VA}$$
$$S_{s_g} = S_{s1} + S_{s2} = 122{,}5\ \text{VA} + 37{,}8\ \text{VA} \approx 160\ \text{VA}$$

   b) Eisenquerschnitt

$$A_E = \frac{\sqrt{S_{sg}}}{\eta} = \frac{\sqrt{160\ \text{VA}}}{0{,}9} = \frac{12{,}65}{0{,}9}\ \text{cm}^2 \approx \mathbf{14\ cm^2}$$

Gewählt Kern M 102b : Eisenfläche $A_E = 16{,}7\ \text{cm}^2$
Fensterfläche $A_F = 11{,}5\ \text{cm}^2$

c) Windungszahlen

$$N_p = 38 \cdot \frac{U_p}{A_E} = 38 \cdot \frac{220\ \text{V}}{16{,}7\ \text{cm}^2} = \mathbf{500}$$

$$N_{s1} = 42 \cdot \frac{U_{s1}}{A_E} = 42 \cdot \frac{0{,}9 \cdot 350\ \text{V}}{16{,}7\ \text{cm}^2} = \mathbf{793}$$

$$N_{s2} = 42 \cdot \frac{U_{s2}}{A_E} = 42 \cdot \frac{12{,}6\ \text{V}}{16{,}7\ \text{cm}^2} = \mathbf{32}$$

d) Wickelfläche

$$A_p = 0{,}5 \cdot k \cdot A_F = 0{,}5 \cdot 0{,}65 \cdot 11{,}5\ \text{cm}^2 = 3{,}74\ \text{cm}^2$$

$$A_{s1} = \frac{0{,}5 \cdot k \cdot A_F \cdot S_{s1}}{S_{sg}} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}65 \cdot 11{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 122{,}5\ \text{VA}}{160\ \text{VA}}$$
$$= 2{,}86\ \text{cm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{0{,}5 \cdot k \cdot A_F \cdot S_{s2}}{S_{sg}} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}65 \cdot 11{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 37{,}8\ \text{VA}}{160\ \text{VA}}$$
$$= 0{,}88\ \text{cm}^2$$

Kontrolle : Gesamtwickelfläche $= (3{,}74 + 2{,}86 + 0{,}88)\ \text{cm}^2$
$= 7{,}48\ \text{cm}^2$

Nutzbare Fensterfläche $= k \cdot A_F = 0{,}65 \cdot 11{,}5\ \text{cm}^2$
$\approx 7{,}48\ \text{cm}^2$

e) Durchmesser

$$d_p = 10 \cdot \sqrt{\frac{A_p}{N_p}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{3{,}74}{500}}\,\text{mm} = 10 \cdot \sqrt{0{,}0075}\,\text{mm}$$
$$= 10 \cdot 0{,}0866\,\text{mm} = \mathbf{0{,}866\ mm}$$

Gewählt : $d_p = \mathbf{0{,}9\ mm}$

$$d_{s1} = 10 \cdot \sqrt{\frac{A_{s1}}{N_{s1}}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{2{,}86}{793}}\,\text{mm} = 10 \cdot \sqrt{0{,}0036}\,\text{mm}$$
$$= 10 \cdot 0{,}06\,\text{mm} = \mathbf{0{,}6\ mm}$$

Gewählt : $d_{s1} = \mathbf{0{,}6\ mm}$

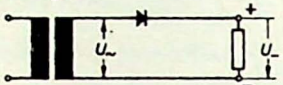
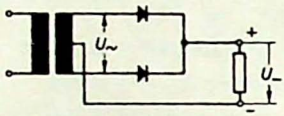
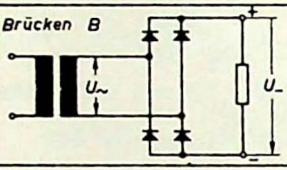
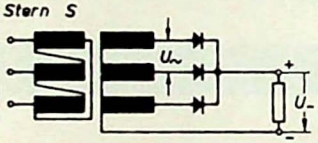
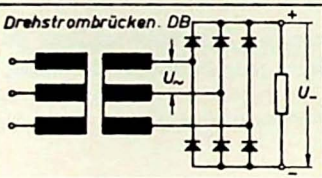
$$d_{s2} = 10 \cdot \sqrt{\frac{A_{s2}}{N_{s2}}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{0{,}88}{32}}\,\text{mm} = 10 \cdot \sqrt{0{,}0275}\,\text{mm}$$
$$= 10 \cdot 0{,}166\,\text{mm} = \mathbf{1{,}66\ mm}$$

Gewählt : $d_{s2} = \mathbf{1{,}7\ mm}$

26. Gleichrichter

26.1 Schaltungen

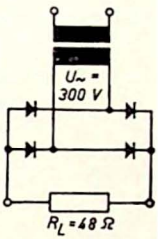
Gleichrichter haben in Durchlaßrichtung einen kleinen, in Sperrichtung einen sehr hohen Widerstand.
Die erreichbare Gleichspannung steigt mit der Höhe der Wechselspannung; sie hängt auch von der Schaltung der Gleichrichter ab.

Gleichrichterschaltungen $f_{\sim} = 50$ Hz	U_-	I_-	w	$f_ü$
Einweg E 	0,4 $U_{\sim}$	I_n	120 %	50 Hz
Mittelpunkt M 	0,4 $U_{\sim}$	2 I_n	50 %	100 Hz
Brücken B 	0,8 $U_{\sim}$	2 I_n	50 %	100 Hz
Stern S 	0,6 $U_{\sim}$	3 I_n	20 %	150 Hz
Drehstrombrücken DB 	1,2 $U_{\sim}$	3 I_n	5 %	300 Hz

Größe			Einheit
$U_\sim$	Effektivwert der Wechselspannung	V	Volt
U_-	Mittelwert der pulsierenden Gleichspannung (Mischspg.)	V	Volt
I_-	Mittelwert des pulsierenden Gleichstroms (Mischstrom)	A	Ampere
I_n	Nennstrom einer Gleichrichterstrecke	A	Ampere
w	Welligkeit $\frac{U_{ü}}{U_-} = \frac{\text{Eff. wert der überlag. Wechselspg.}}{\text{Gleichspannung}}$		
$f_{ü}$	Frequenz der überlagerten Wechselspannung	Hz	Hertz

Beispiel

Vier Gleichrichter werden in Brückenschaltung an eine Wechselspannung von 300 Volt gelegt.
Welche Leistung nimmt der Lastwiderstand von 48 Ohm auf?
Welcher Nennstrom ist für jeden Gleichrichter zu fordern?



Gleichspannung

$$U_- = 0{,}8 \cdot U_\sim = 0{,}8 \cdot 300\ \text{V} = 240\ \text{V}$$

Gleichstrom

$$I_- = \frac{U_-}{R_L} = \frac{240\ \text{V}}{48\ \Omega} = 5\ \text{A}$$

Leistung

$P = U_{-} \cdot I_{-} = 240\ \text{V} \cdot 5\ \text{A} = 1{,}2\ \text{kW}$

Nennstrom für Gleichrichter

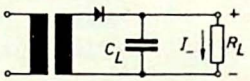
$I_{\text{n}} = 0{,}5 \cdot I_{-} = 0{,}5 \cdot 5\ \text{A} = 2{,}5\ \text{A}$

26.2 Glättung

Für viele Anlagen wird möglichst reiner Gleichstrom benötigt.
Die Welligkeit kann durch Glättung auf den erforderlichen Wert gesenkt werden. Im einfachsten Fall wird parallel zum Lastwiderstand ein Ladekondensator C_{L} geschaltet.
Es gilt die Näherungsformel (Welligkeit bei I_{n} nicht unter 10%):

Einweggleichrichtung

$$C_{\text{L}} = 5 \cdot \frac{I_{-}}{U_{\text{ü}}}$$



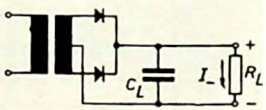
$1\,\mu\text{F} = 5\,\frac{1\,\text{mA}}{1\,\text{V}} \qquad U_{\text{ü}} = 5 \cdot \frac{I_{-}}{C_{\text{L}}}$

Zweiweggleichrichtung

$$C_{\text{L}} = 2{,}5 \cdot \frac{I_{-}}{U_{\text{ü}}}$$

$1\,\mu\text{F} = 2{,}5\,\frac{1\,\text{mA}}{1\,\text{V}}$

$U_{\text{ü}} = 2{,}5 \cdot \frac{I_{-}}{C_{\text{L}}}$



(oder Brückenschaltung)

Größe		Einheit	
C_L	Ladekapazität	µF	Mikrofarad
$U_ü$	Effektivwert der überlagerten Wechselspannung.	V	Volt
I_-	Gleichstrom durch R_L	mA	Milliampere

Beispiele 1. Eine Brückengleichrichterschaltung soll einen Gleichstrom von 120 mA bei einer überlagerten Wechselspannung von 20 Volt abgeben.
Der Ladekondensator ist zu berechnen!

$$C_L = 2{,}5 \cdot \frac{I_-}{U_ü} = 2{,}5 \cdot \frac{120\ \text{mA}}{20\ \text{V}} = 2{,}5 \cdot 6\ \text{F} = \mathbf{15\ \mu F}$$

2. Einem Einweggleichrichter werden 20 mA entnommen. Der Ladekondensator ist 50 µF groß.
Wie hoch ist der Effektivwert der überlagerten Wechselspannung?

$$U_ü = 5 \cdot \frac{I_-}{C_L} = 5 \cdot \frac{20\ \text{mA}}{50\ \mu\text{F}} = 5 \cdot 0{,}4\ \text{V} = \mathbf{2\ V}$$

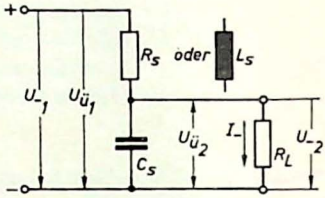
26.3 Siebung

Durch eine RC- oder eine LC-Schaltung kann die überlagerte Wechselspannung weiter gesenkt werden.
Wenn R_s oder X_{L_s} wesentlich größer als der Blindwiderstand des Siebkondensators ist (R_L od. $X_{L_s} > 5 \cdot X_{C_s}$), wird die Wechselspannung etwa im Verhältnis $R_s : X_{C_s}$ oder $X_{L_s} : X_{C_s}$ geteilt (Siebfaktor k_s).

R-C-Filter

Siebfaktor

$$k_s = \frac{R_s}{X_{C_s}} = \frac{R_s}{\frac{1}{\omega \cdot C_s}}$$



$$k_s = \omega \cdot R_s \cdot C_s$$

$$R_s = \frac{k_s}{\omega \cdot C_s}; \quad C_s = \frac{k_s}{\omega \cdot R_s}; \quad U_{ü2} = \frac{U_{ü1}}{k_s}$$

Die Gleichspannung vermindert sich um den Spannungsabfall an R_s :

$$U_{-2} = U_{-1} - I_- \cdot R_s$$

Die Belastbarkeit des Siebwiderstandes :

$$P_{R_s} = U_v \cdot I_- \qquad P_{R_s} = I_-^2 \cdot R_s$$

L-C-Filter

Siebfaktor

$$k_s = \frac{X_{Ls}}{X_{Cs}} = \frac{\omega \cdot L_s}{\frac{1}{\omega \cdot C_s}}$$

$$k_s = \omega^2 \cdot L_s \cdot C_s$$

$$L_s = \frac{k_s}{\omega^2 \cdot C_s}; \quad C_s = \frac{k_s}{\omega^2 \cdot L_s}; \quad U_{ü2} = \frac{U_{ü1}}{k_s}$$

Die Gleichspannung vermindert sich um den Spannungsabfall an R_D :

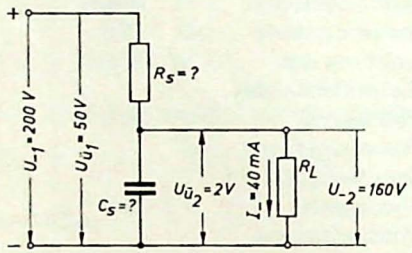
$$U_{-_2} = U_{-_1} - I_- \cdot R_D$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f_{ü}} \quad (f_{ü} \text{ siehe Tabelle Seite 172})$$

Größe		Einheit	
k_S	Siebfaktor	$\frac{U_{ü1}}{U_{ü2}} = \frac{\text{Eingangswechselspannung}}{\text{Ausgangswechselspannung}}$	
C_S	Siebkapazität	F	Farad
L_S	Siebinduktivität	H	Henry
R_S	Siebwiderstand	Ω	Ohm
P_{R_S}	Leistung des Siebwiderstandes	W	Watt
$U_{ü_1}$	überlagerte Wechselspg. vor dem Siebglied	V	Volt
$U_{ü_2}$	überlagerte Wechselspannng. hinter dem Siebglied	V	Volt
U_{-_1}	Gleichspannung vor dem Siebglied	V	Volt
U_{-_2}	Gleichspannung hinter dem Siebglied	V	Volt

Größe		Einheit	
I_-	Gleichstrom	A	Ampere
R_D	Drahtwiderstand der Drosselspule	Ω	Ohm
$f_ü$	Frequenz der überlagerten Wechselspannung	Hz	Hertz

Beispiele 1. Für die untenstehende Schaltung sind R_S, P_{R_S}, k_S und C_S zu berechnen. Gleichrichter in Brückenschaltung : $f_ü = 100$ Hz.



Siebwiderstand

$$R_S = \frac{U_{-1} - U_{-2}}{I_-} = \frac{200\ \text{V} - 160\ \text{V}}{40 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \mathbf{1\ k\Omega}$$

Leistung des Siebwiderstandes

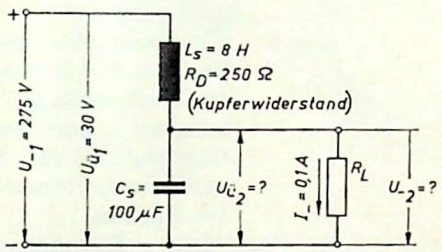
$$P_{RS} = U_v \cdot I_- = 40\ \text{V} \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = \mathbf{1{,}6\ W}$$

Siebfaktor $k_s = \frac{U_{ü1}}{U_{ü2}} = \frac{50\ \text{V}}{2\ \text{V}} = \mathbf{25}$

Siebkapazität

$$C_s = \frac{k_s}{\omega \cdot R_s} = \frac{25}{2 \cdot \pi \cdot 100\ \text{Hz} \cdot 10^3\ \Omega} = \frac{25000 \cdot 10^{-6}}{628}\ \text{F} \approx \mathbf{40\ \mu F}$$

2. Welche Gleichspannung und welche überlagerte Wechselspannung treten in untenstehender Schaltung am Lastwiderstand auf?
Einweggleichrichtung : $f_ü = 50$ Hz



Gleichspannung

$U_{-2} = U_{-1} - I_- \cdot R_D = 275\ \text{V} - 0{,}1\ \text{A} \cdot 250\ \Omega = \mathbf{250\ V}$

Siebfaktor $k_s = \omega^2 \cdot L \cdot C = 314^2 \cdot 8\ \text{H} \cdot 100 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$
$= 98{,}6 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 10^{-6} = \mathbf{80}$

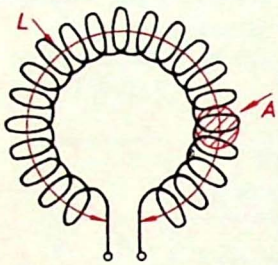
Wechselspannungsanteil $U_{ü2} = \frac{U_{ü1}}{k_s} = \frac{30\ \text{V}}{80} = \mathbf{0{,}375\ V}$

27. Drosselspulen

Die Grundformel zur Berechnung der Spuleninduktivität ist :

$$L = \frac{\mu \cdot A_E \cdot N^2 \cdot 10^{-8}}{l}$$

$$1\ \text{H} = \frac{1{,}25 \cdot 1\ \text{cm}^2 \cdot 1^2 \cdot 10^{-8}}{1\ \text{cm}}$$



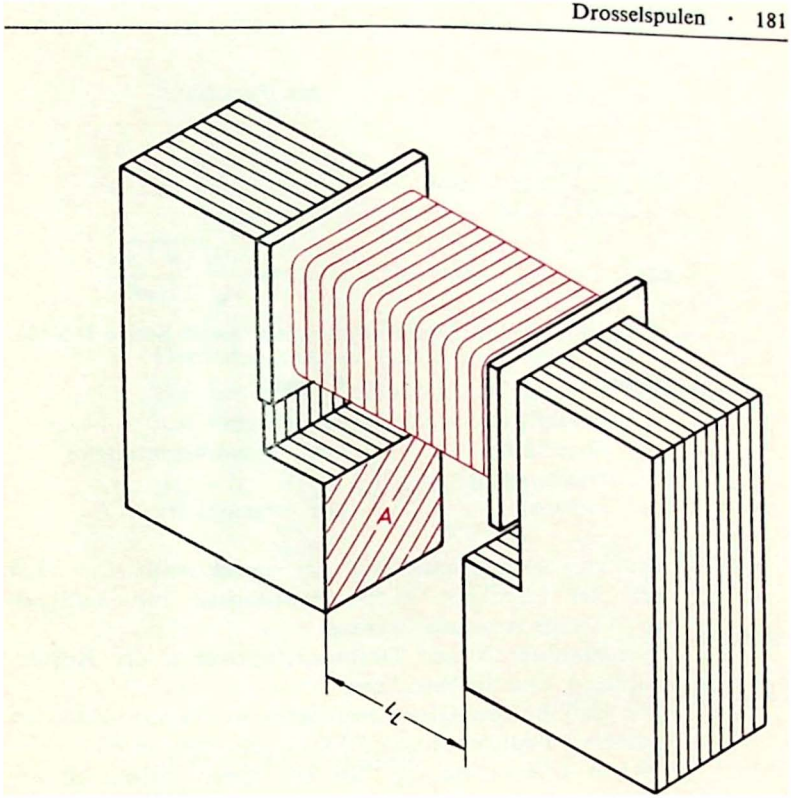
Diese Formel gilt aber nur für Ringspulen, weil nur bei dieser Spulenform die Wicklungslänge gleich der Länge des Flußweges ist.

Eisenkernspulen mit Luftspalt lassen sich wie Ringspulen mit der Flußweglänge l gleich dem Luftspalt l_L berechnen, weil der Eisenweg und die Streuung im allgemeinen vernachlässigt werden können.

$\mu_0 = \mu_{\text{Luft}} = 1{,}25$; Spaltfläche = Eisenfläche A_E

Induktivität :

$$L = \frac{1{,}25 \cdot A_E \cdot N^2 \cdot 10^{-8}}{l_L}$$


A
l_L

Windungszahl :

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot l_L \cdot 10^8}{1{,}25 \cdot A_E}} \quad \text{oder} \quad N \approx 9000 \cdot \sqrt{\frac{L \cdot l_L}{A_E}}$$

$$1 \approx 9000 \cdot \sqrt{\frac{1\ \text{H} \cdot 1\ \text{cm}}{1\ \text{cm}^2}}$$

Wickelfläche und Drahtdurchmesser siehe Seiten 165-166.

Größe		Einheit	
L	Induktivität	H	Henry
A_E	Eisenfläche	cm^2	Quadratzentimeter
N	Windungszahl		
l_L	Luftspalt	cm	Zentimeter

Beispiel Für eine Drosselspule mit der Induktivität $L = 15$ H soll der Eisenkern M 55 (Ausführung mit Luftspalt $l_L = 1$ mm) verwendet werden.
Windungszahl N und Drahtdurchmesser d der Kupferwicklung sind zu berechnen.
Wie groß darf der Gleichstromanteil I_- werden, wenn eine mittlere Felddichte B von 5000 G gefordert wird?
Welche Gleichspannung fällt bei diesem Strom an der Spule ab und welche Gleichstromleistung nimmt sie auf?
Kern M 55 : Eisenfläche $A_E = 3{,}16\ cm^2$
(Tabelle S. 167) Fensterfläche $A_F = 4\ cm^2$
Luftspalt $l_L = 1$ mm
mittlere Windungslänge $l_m = 11$ cm

Windungszahl

$$N = 9000 \cdot \sqrt{\frac{L \cdot I_L}{A_E}} = 9000 \cdot \sqrt{\frac{15\ \text{H} \cdot 0{,}1\ \text{cm}}{3{,}16\ \text{cm}^2}}$$

$$= 9000 \sqrt{\frac{1{,}5}{3{,}16}} = \mathbf{6200}$$

Drahtdurchmesser (siehe auch Seite 166).

Bei nur *einer* Wicklung ist die nutzbare Wickelfläche A_w mit 70% der Fensterfläche A_F anzusetzen.

$$A_w = 0{,}7 \cdot A_F = 0{,}7 \cdot 4\ \text{cm}^2 = 2{,}8\ \text{cm}^2$$

$$d = 10 \sqrt{\frac{A_w}{N}} = 10 \sqrt{\frac{2{,}8\ \text{cm}^2}{6200}} = \frac{10 \cdot \sqrt{2{,}8\ \text{cm}^2}}{\sqrt{6200}}$$

$$= \frac{16{,}7}{79}\ \text{mm} = \mathbf{0{,}215\ mm}$$

gewählt : d = **0,21 mm**

Zulässiger Gleichstrom

$$B = \mu_L \cdot H$$

$$H = \frac{B}{\mu_L} = \frac{5000\ \text{G}}{1{,}25\ \frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}}} = 4000\ \text{A/cm}$$

$$H = \frac{I \cdot N}{l_L}$$

$$I = \frac{H \cdot l_L}{N} = \frac{4000 \frac{A}{cm} \cdot 0{,}1\ cm}{6200} \approx \mathbf{65\ mA}$$

Gleichwiderstand

Eine Betriebstemperatur von 60°C wird angenommen (40° über Zimmertemperatur) : $\varrho_{60} = 0{,}021$ (siehe auch Seite 39)

$$R = \frac{\varrho_{60} \cdot l_{Cu}}{A_{Cu}} = \frac{\varrho_{60} \cdot l_m \cdot N}{d_{Cu}^2 \cdot 0{,}785}\Omega = \frac{0{,}021 \cdot 0{,}11 \cdot 6200}{0{,}21^2 \cdot 0{,}785}\Omega$$

$$= \frac{14{,}33}{0{,}0346}\Omega = \mathbf{415\ \Omega}$$

Gleichspannungsabfall

$$U_- = I_- \cdot R = 65 \cdot 10^{-3}\ A \cdot 0{,}415 \cdot 10^3\ \Omega = \mathbf{27\ V}$$

Gleichstromleistung

$$P_- = U_- \cdot I_- = 27\ V \cdot 0{,}065\ A = \mathbf{1{,}75\ W}$$

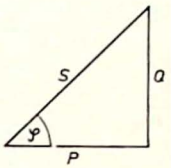
28. Netzkompensation

Zur Entlastung des Verteilernetzes von Blindleistung wird für induktive Verbraucher oft eine Verbesserung des Leistungsfaktors gefordert, der bei sinusförmigem Wechselstrom dem cos φ entspricht.

Dabei wird die induktive Blindleistung Q_L durch eine kapazitive Blindleistung Q_C ganz oder zum Teil kompensiert.

Der Tangens des Winkels φ entspricht dem Quotienten aus Blindleistung und Wirkleistung.

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P}$$



Die kapazitive Blindleistung Q_C muß gleich der Differenz zwischen induktiver Blindleistung Q_L und der geforderten Blindleistung Q sein.

$$Q_C = Q_L - Q$$

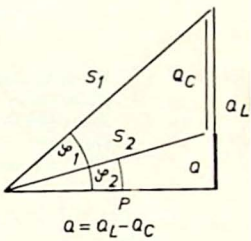
$$Q_L = \tan \varphi_1 \cdot P$$

$$Q = \tan \varphi_2 \cdot P$$

$$Q_C = \tan \varphi_1 \cdot P - \tan \varphi_2 \cdot P$$

Die erforderliche Blindleistung des Kondensators ist:

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$



Die Kapazität des Kompensationskondensators ergibt sich für die Frequenz von $f = 50$ Hz in Mikrofarad [µF]

$$C_{[\mu F]} = \frac{10^6 \cdot Q_C}{U^2 \cdot 314}$$

Der Lösungsweg von Kompensationsaufgaben richtet sich nach den gegebenen Größen.
Sind cos φ der Schaltung und der gewünschte cos φ_2 bekannt, sind für die entsprechenden Winkel φ_1 und φ_2 die Werte tan φ_1 und tan φ_2 der Funktionentabelle zu entnehmen (Seite 324).
Sind U, I und P sowie der geforderte Leistungsfaktor cos φ_2 gegeben, muß erst cos φ_1 errechnet werden:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}$$

Größe		Einheit	
Q_L	ind. Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
Q_C	Kapazitive Blindleistung	var	Voltampere reaktiv
Q	Blindleistung der kompensierten Schaltung	var	Voltampere reaktiv
P	Wirkleistung	W	Watt
C	Kapazität	F	Farad
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere

Beispiel

Ein Kreissägenmotor nimmt beim Anschluß an das 220 V-Wechselstromnetz einen Strom $I = 6{,}8$ A auf. Mit Hilfe des Zählers wird die Leistungsaufnahme P mit 900 W ermittelt.
Gefordert wird der Leistungsfaktor $\varphi = 0{,}95$.
Welche Kapazität muß der Kompensationskondensator haben?
Netzfrequenz $f = 50$ Hz.

$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 6{,}8\ \text{A} \approx 1500\ \text{VA}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{S} = \frac{900\ \text{W}}{1500\ \text{VA}} = 0{,}6 \qquad \sphericalangle\, \varphi_1 = 53°10' \qquad \tan \varphi_1 = 1{,}335$$

$$\cos \varphi_2 = 0{,}95 \qquad \sphericalangle\, \varphi_2 = 18°10' \qquad \tan \varphi_2 = 0{,}328$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) = 900(1{,}335 - 0{,}328)\ \text{var}$$
$$= 900 \cdot 1{,}007\ \text{var} \approx 900\ \text{var}$$

$$C_{\mu F} = \frac{10^6 \cdot Q_C}{U^2 \cdot 314} = \frac{10^6 \cdot 900}{220^2 \cdot 314}\ \mu\text{F} = \frac{10^6 \cdot 900}{48400 \cdot 314}\ \mu\text{F}$$

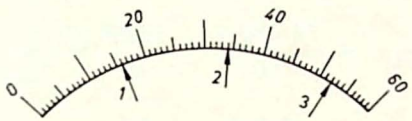
$$= \frac{900}{4.84 \cdot 3.14}\ \mu\text{F} = \frac{900}{15.2}\ \mu\text{F} \approx 60\ \mu\text{F}$$

29.1 Skalenablesung

Meßgeräte mit nur einem Meßbereich zeigen unmittelbar den Wert der elektrischen Größe an (Anzeige = Meßwert). Bei Vielfachmeßgeräten dient eine Skala oft zur Anzeige in mehreren Bereichen; dann gilt :

$$\text{Meßwert} = \frac{\text{Anzeige} \cdot \text{Meßbereich}}{\text{Skalenendwert}}$$

$$M = \frac{A \cdot B}{SE} \qquad \text{oder} \qquad M = A \cdot c$$



M Meßwert : gemessener Wert der elektr. Größe
A Anzeige : Skalenwert, den der Zeiger angibt
B Meßbereich : Wert der elektr. Größe bei Skalenendanzeige
SE Skalenendwert : Zahl am letzten Skalenstrich
c Skalenkonstante $= \frac{B}{SE}$

Beispiel Ein Vielfachmeßgerät (siehe Skizze), Skalenendwert 60, weist bei Messungen in verschiedenen Bereichen folgende Anzeigen auf:

	Meßbereich	Anzeige
Messung 1	15 mA	16
Messung 2	300 V	34
Messung 3	6 A	52

Die Meßwerte sind zu berechnen!

1) $M_1 \mathrel{\hat{=}} I = \dfrac{A_1 \cdot B_1}{SE} = \dfrac{16 \cdot 15\ \text{mA}}{60} = \dfrac{240}{60}\ \text{mA} = 4\ \text{mA}$

2) $M_2 \mathrel{\hat{=}} U = \dfrac{A_2 \cdot B_2}{SE} = \dfrac{34 \cdot 300\ \text{V}}{60} = \dfrac{10200}{60}\ \text{V} = 170\ \text{V}$

3) $M_3 \mathrel{\hat{=}} I = \dfrac{A_3 \cdot B_3}{SE} = \dfrac{52 \cdot 6\ \text{A}}{60} = \dfrac{312}{60}\ \text{A} = 5{,}2\ \text{A}$

Meßwerte

29.2 Meßfehler

Elektrische Meßgeräte sind in Genauigkeitsklassen unterteilt. Das Klassenzeichen gibt in der Regel den größtmöglichen Meßfehler in Prozenten des Meßbereich-Endwerts an.

	Feinmeßgeräte			
Klassenzeichen (KZ) entspr. Fehlergrenze in % von B	0,1	0,2	0,5	
	Betriebsmeßgeräte			
Klassenzeichen (KZ) entspr. Fehlergrenze in % von B	1	1,5	2,5	5

$$\text{Fehlergrenze} = \pm \frac{\text{Klassenzeichen} \cdot \text{Meßbereich}}{100}$$

$$F = \pm \frac{KZ \cdot B}{100}$$

Beispiele Das Meßgerät des vorigen Beispiels trägt das Klassenzeichen 1,5. Zwischen welchen Grenzen muß der tatsächliche Wert der 3 gemessenen elektrischen Größen liegen?

a) Fehlergrenzen

1) $F_1 = \pm \frac{KZ \cdot B_1}{100} = \pm \frac{1{,}5 \cdot 15\ \text{mA}}{100} = \pm\ \mathbf{0{,}225\ mA}$

2) $F_2 = \pm \dfrac{KL \cdot B_2}{100} = \pm \dfrac{1{,}5 \cdot 300\ \text{V}}{100} = \pm\ \mathbf{4{,}5\ V}$

3) $F_3 = \pm \dfrac{KL \cdot B_3}{100} = \pm \dfrac{1{,}5 \cdot 6\ \text{A}}{100} = \pm\ \mathbf{0{,}09\ A}$

b) Grenzwerte der elektrischen Größe

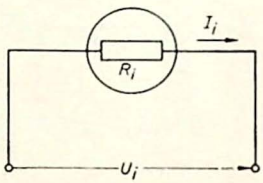
1) $I_1 = (4 \pm 0{,}225)$ mA; $I_1 = \mathbf{3{,}775 \ldots 4{,}225\ mA}$
2) $U = (170 \pm 4{,}5)$ V; $U = \mathbf{165{,}5 \ldots 174{,}5\ V}$
3) $I_2 = (5{,}2 \pm 0{,}09)$ A; $I_2 = \mathbf{5{,}11 \ldots 5{,}29\ A}$

29.3 Bereichserweiterung

Die elektrischen Kennwerte eines Meßwerks ergeben sich aus dem Ohmschen Gesetz :

$$U_1 = I_1 \cdot R_1$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \qquad R_1 = \frac{U_1}{I_1}$$



Größe		Einheit
U_i	Spannung am Meßwerk bei Zeigerstellung auf dem Skalenendwert	V Volt
I_i	Strom durch das Meßwerk bei Zeigerstellung auf dem Skalenendwert	A Ampere
R_i	Widerstand des Meßwerks	Ω Ohm

Beispiel Wie groß ist der Widerstand eines Meßwerkes, das zum Endausschlag eine Spannung von 240 mV benötigt? Die Stromstärke beim Endausschlag beträgt 1 mA.

$$R_i = \frac{U_i}{I_i} = \frac{240 \cdot 10^{-3}\,\text{V}}{1 \cdot 10^{-3}\,\text{A}} = 240\,\Omega$$

Erweiterung auf höhere Spannungsbereiche

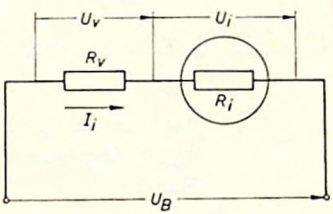
Am Vorwiderstand R_v liegt die Spannung $U_v = U_B - U_i$

Vorwiderstand

$$R_v = \frac{U_B - U_i}{I_i} \quad \text{oder} \quad R_v = \frac{U_B}{I_i} - R_i$$

Als Belastbarkeit des Vorwiderstand errechnet man

$$P_{Rv} = \frac{U_B^2}{R_v}, \text{ falls } U_B \gg U_i$$



Größe		Einheit	
U_B	Spannungsbereich	V	Volt
U_v	Spannung am Vorwiderstand bei I_i	V	Volt
R_v	Vorwiderstand	Ω	Ohm
P_{R_v}	Belastbarkeit des Vorwiderstands	W	Watt

Beispiel Von einem Drehspulinstrument sind bekannt $I_i = 1{,}5$ mA und $R_i = 125$ Ohm. Welcher Vorwiderstand wird für den Meßbereich 30 V benötigt?

$$R_v = \frac{U_B}{I_i} - R_i = \frac{30\ \text{V}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} - 125\ \Omega$$

$$= 20 \cdot 10^3\ \frac{\text{V}}{\text{A}} - 125\ \Omega = \mathbf{19\,875\ \Omega}$$

Erweiterung auf höhere Strombereiche

Die Stromstärke im Nebenwiderstand beträgt:

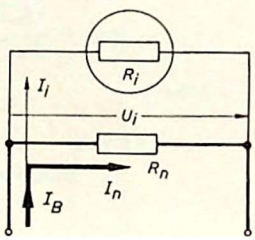
$I_n = I_B - I_i$

Nebenwiderstand

$$R_n = \frac{U_i}{I_B - I_i} \quad \text{oder} \quad R_n = \frac{I_i \cdot R_i}{I_B - I_i}$$

Als erforderliche Belastbarkeit des Nebenwiderstands errechnet man:

$P_{R_n} \approx I_B^2 \cdot R_n$; falls $I_B \gg I_i$



Größe		Einheit
I_B	Strombereich	A Ampere
I_n	Strom durch den Nebenwiderstand bei Zeigerstellung auf dem Skalenendwert	A Ampere
R_n	Nebenwiderstand	Ω Ohm
P_{R_n}	Belastbarkeit des Nebenwiderstands	W Watt

Beispiel Ein Meßwerk, $U_1 = 300$ mV, $I_1 = 2{,}5$ mA, soll auf den Strombereich $I_B = 3$ A erweitert werden.
Der Nebenwiderstand und seine Belastbarkeit sind zu berechnen.

Nebenwiderstand

$$R_n = \frac{U_1}{I_B - I_1} = \frac{0{,}3\ \text{V}}{3\ \text{A} - 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{0{,}3\ \text{V}}{2{,}9975\ \text{A}} \approx \mathbf{0{,}1\ Ohm}$$

Belastbarkeit

$$P_{R_n} = I_B^2 \cdot R_n = 3^2\ \text{A}^2 \cdot 0{,}1\ \Omega = \mathbf{0{,}9\ W}$$

Erweiterung auf mehrere Strombereiche ohne Schalter

Beispiel Ein Meßgerät, $U_1 = 0{,}6$ V, $I_1 = 0{,}1$ A, $R_1 = 6$ Ohm, soll auf die Strombereiche 0,5 A und 1,5 A erweitert werden (Skizze).

Man beginnt beim kleinsten Bereich.
Bei dem kleinsten Meßbereich (I_{B_1}) liegt der Gesamtnebenwiderstand ($R_{n_g} = R_{n_1} + R_{n_2}$) dem Meßwerk parallel.

Gesamtnebenwiderstand

$$R_{n_g} = \frac{U_i}{I_{B_1} - I_i} = \frac{0{,}6\ \text{V}}{0{,}5\ \text{A} - 0{,}1\ \text{A}} = \mathbf{1{,}5\ \Omega}$$

Bei I_{B_2} dient R_{n_2} als Nebenwiderstand,
R_{n_1} als Vorwiderstand

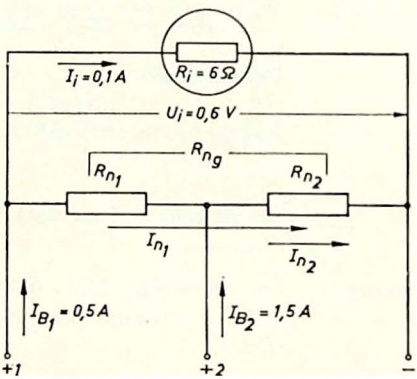
$$I_i \cdot (R_i + R_{n_1}) = I_{n_2} \cdot R_{n_2} = I_{n_2} \cdot (R_{n_g} - R_{n_1})$$

Daraus folgt

$$R_{n1} = \frac{I_{n2} \cdot R_{ng} - I_i \cdot R_i}{I_{B2}} = \frac{1{,}4\ \text{A} \cdot 1{,}5\ \Omega - 0{,}1\ \text{A} \cdot 6\ \Omega}{1{,}5\ \text{A}} =$$

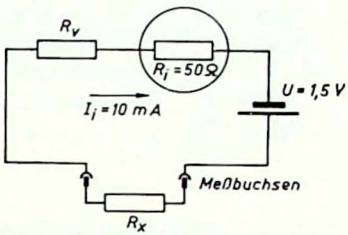
$$= \frac{2{,}1\ \text{V} - 0{,}6\ \text{V}}{1{,}5\ \text{A}} = \frac{1{,}5\ \text{V}}{1{,}5\ \text{A}} = \mathbf{1\ \Omega}$$

$$R_{n2} = R_{ng} - R_{n1}$$
$$= 1{,}5\ \Omega - 1\ \Omega$$
$$= \mathbf{0{,}5\ \Omega}$$



29.4 Widerstandsmesser

Direktanzeigendes Ohmmeter: R_v ist so bemessen, daß der Zeiger bei kurzgeschlossenen Meßbuchsen auf den Skalenendwert zeigt (I_i bei $R_x = 0$).



$$R_v = \frac{U}{I_i} - R_i$$

Beim Widerstand R_x fließt der Strom.

$$I_x = \frac{U}{R_i + R_v + R_x}$$

Der Strom I_x gibt den Wert von R_x an (Eichung der Skala in Widerstandseinheiten)

$$R_x = \frac{U}{I_x} - (R_i + R_v)$$

Beispiele 1. Der Vorwiderstand für das Meßgerät in obiger Skizze ist zu berechnen!

$$R_v = \frac{U}{I_i} - R_i = \frac{1{,}5\,\text{V}}{0{,}01\,\text{A}} - 50\,\Omega = 150\,\Omega - 50\,\Omega = \mathbf{100\ \Omega}$$

2. Welcher Strom fließt bei $R_x = 10\,\text{k}\Omega$?

$$I_x = \frac{U}{R_i + R_v + R_x} = \frac{1{,}5\,\text{V}}{50\,\Omega + 100\,\Omega + 10000\,\Omega}$$
$$= \frac{1{,}5\,\text{V}}{10.15 \cdot 10^3\,\Omega} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-3}}{10{,}15}\,\text{A}$$
$$= \mathbf{0{,}148\,mA}$$

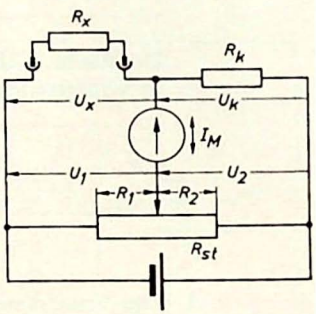
3. Welchen Wert hat R_x beim Strom von 9 mA?

$$R_x = \frac{U}{I_x} - (R_i + R_v) = \frac{1{,}5\,\text{V}}{9 \cdot 10^{-3}\,\text{A}} - 150\,\Omega$$
$$= \frac{1{,}5 \cdot 10^3}{9}\,\Omega - 150\Omega \approx 167\Omega - 150\Omega$$
$$\approx \mathbf{17\ \Omega}$$

Wheatstone-Meßbrücke

Der Strom I_M wird 0, wenn $U_x = U_1$, also auch $U_K = U_2$; dann gilt:

$$\frac{R_x}{R_k} = \frac{R_1}{R_2}$$



Wert des gemessenen Widerstandes

$$R_x = \frac{R_k \cdot R_1}{R_2}$$

Größe		Einheit
R_x	zu messender Widerstand	Ω Ohm
R_k	konstanter Widerstand (dieser Widerstand bestimmt den Meßbereich)	Ω Ohm
R_{st}	Stellwiderstand als Spannungsteiler	Ω Ohm
R_1, R_2	Teilwiderstände von R_{st}	Ω Ohm

Beispiel In der Skizze gelten folgende Widerstandswerte : $R_1 = 200$ Ohm, $R_2 = 800$ Ohm, $R_k = 100$ Ohm, Welchen Wert hat R_x ?

$$R_x = \frac{R_k \cdot R_1}{R_2} = \frac{100\,\Omega \cdot 200\,\Omega}{800\,\Omega} = \frac{20000\,\Omega^2}{800\,\Omega} = 25\,\Omega$$

29.5 Elektrizitätszähler

Elektrizitätszähler zeigen die dem Netz entnommene Arbeit in kWh an.
Die Drehzahl (n) der Zählerscheibe ist proportional der Leistungsaufnahme des Verbrauchers.
Die Zählerkonstante c gibt die Umdrehungen je Arbeitseinheit (kWh) an :

$$c = \frac{n}{\text{kWh}}$$

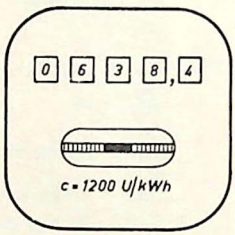
Aus der Umdrehungszahl je Zeiteinheit läßt sich die Wirkleistung eines angeschlossenen Verbrauchers berechnen:

$$P_{kW} = \frac{n \cdot 3600}{c \cdot t}$$

n = gezählte Umdrehungen während der abgestoppten Zeit t in Sekunden

Beispiel

Beim Einschalten eines Heizlüfters dreht sich die Zählerscheibe in 36 Sekunden 30 mal. Die Zählerkonstante ist $c = 1200$ U/kWh.
Welche Leistung nimmt der Heizlüfter auf?



$$P = \frac{n \cdot 3600}{c \cdot t} = \frac{30 \cdot 3600}{1200 \cdot 36}\,\text{kW}$$

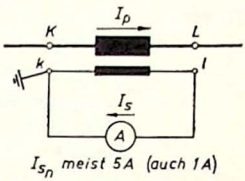
$$= \frac{3000}{1200}\,\text{kW} = \mathbf{2{,}5\ kW}$$

29.6 Meßwandler

Stromwandler transformieren hohe Stromstärken im Primärkreis auf niedrige im Sekundärkreis. Der Sekundärkreis wird vom Meßgerät annähernd kurzgeschlossen.

Primärstromstärke

$$I_p = I_s \cdot ü_n$$



Größe		Einheit	
I_p	Primärstrom-stärke	A	Ampere
I_s	Sekundär-strom (vom Instrument angezeigt)	A	Ampere
$ü_n$	Nennübersetzung		

Beispiel Ein Strommesser im Sekundärkreis eines Stromwandlers zeigt 4,2 A an. Wie groß ist der Primärstrom, wenn $I_{p_n} = 600$ und $I_{s_n} = 5$ A sind?

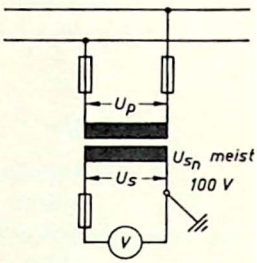
$$I_p = I_s \cdot ü_n = 4{,}2\,\text{A} \cdot \frac{600}{5} = 4{,}2\,\text{A} \cdot 120 = \mathbf{504\ A}$$

Spannungswandler transformieren hohe Spannungen an der Primärseite auf niedrige an der Sekundärseite.
Die Sekundärwicklung bleibt fast unbelastet (hochohmiges Instrument).

Primäre Spannung

$$U_p = U_s \cdot ü_n$$

Beispiel Ein Spannungswandler, $U_{p_n} = 3000\ \text{V}$, $U_{s_n} = 100\ \text{V}$, weist als Sekundärspannung 64 V auf (Anzeige des Spannungsmessers). Wie hoch ist die Primärspannung?



$$U_p = U_s \cdot \ddot{u}_n = 64\ \text{V} \cdot \frac{3000}{100} = 1920\ \text{V}$$

Größe		Einheit
U_p	Primärspannung	V Volt
U_s	Sekundärspannung	V Volt
$\ddot{u}_n$	Nennübersetzung	

29.7 Meßleitungsberechnung für Stromwandler

Grundlage für die Berechnung des Meßleitungsquerschnittes ist die Wandlerbürde.
Wandlerbürde ist der an den Sekundärklemmen des Stromwandlers angeschlossene Gesamtwiderstand, der sich aus den Instrumentenwiderständen (Instrumentenbürde) und dem Meßleitungswiderstand (Leitungsbürde) zusammensetzt.

$$R_B = R_I + R_L$$

Die Wandlerbürde ergibt sich auch aus :

$$\text{Wandlerbürde} = \frac{\text{sekundäre Scheinleistung}}{\text{Quadrat der Nennstromstärke}}$$

$$R_B = \frac{S}{I^2} \qquad 1\Omega = \frac{1\text{VA}}{1\text{A}^2}$$

Die gleiche Formel gilt für den Gesamtwiderstand der angeschlossenen Instrumente.

$$R_I = \frac{S_I}{I^2}$$

Die Differenz von Wandler- und Instrumentenbürde stellt die Leitungsbürde oder den Leitungswiderstand dar.

$$R_L = R_B - R_I$$

Aus $R_L = \dfrac{2 \cdot l}{\varkappa \cdot S_L}$ ergibt sich der Querschnitt der Meßleitung.

$$S_L = \frac{2 \cdot l}{\varkappa \cdot R_L} \qquad 1\text{mm}^2 = \frac{1\text{m}}{1\,\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} \cdot 1\Omega}$$

Größe		Einheit	
R_B	Wandlerbürde	Ω	Ohm
R_L	Leitungsbürde	Ω	Ohm
R_I	Instrumentenbürde	Ω	Ohm
S	Wandlerscheinleistung	VA	Volt-Ampere
S_L	Leiterquerschnitt	mm^2	Quadratmillimeter

Genormte Nennbürden und Nennleistungen bei 5 A Sekundärnennstrom.

0,2 Ω	0,4 Ω	0,6 Ω	1,2 Ω	1,8 Ω	2,4 Ω	3,6 Ω
5 VA	10 VA	15 VA	30 VA	45 VA	60 VA	90 VA

Bei langen Meßleitungen nimmt man Wandler mit 1 Ampere Sekundärnennstrom.

Eigenverbrauch der Meßinstrumente

Eigenverbrauch	im Spannungspfad	im Strompfad
Spannungsmesser	1-10 VA	—
Leistungsmesser	2-12 VA	1-3 VA
Strommesser	—	1-4 VA
Zähler	2-3 VA	1 VA je Phase
Zungenfrequenzmesser	1-2 VA	—
Relais	1-10 VA	3-20 VA
Synchronoskop	ca. 10 VA	—
Leistungsfaktormesser	2-10 VA	2-10 VA

An den Sekundärklemmen eines Stromwandlers sind der Strompfad eines Leistungsmessers mit 3 VA Eigenleistung und ein Strommesser mit 3,5 VA Eigenleistung angeschlossen. Die 20 m lange Meßleitung besteht aus Kupfer. Die Nenndaten des Stromwandlers sind 10 VA sekundäre Scheinleistung und 5 A Nennstrom.
Der Querschnitt der Meßleitung ist zu berechnen.

Wandlerbürde

$$R_B = \frac{S}{I^2} = \frac{10\ \text{VA}}{25\ \text{A}^2} = \mathbf{0{,}4\,\Omega}$$

Instrumentenbürde :

$$R_I = \frac{S}{I^2} = \frac{6{,}2\ \text{VA}}{25\ \text{A}^2} = \mathbf{0{,}26\,\Omega}$$

Leitungsbürde :

$$R_L = R_B - R_I = 0{,}4\,\Omega - 0{,}26\,\Omega = \mathbf{0{,}14\,\Omega}$$

Meßleitungsquerschnitt :

$$S_L = \frac{2 \cdot l}{R_L} = \frac{40\ \text{m}}{56 \cdot 0{,}14\,\Omega} = \mathbf{5{,}1\ mm^2}$$

Der gewählte Normquerschnitt der Meßleitung ist **6 mm²**.

Die gesamte Strahlungsleistung einer Lichtquelle ist der Lichtstrom (Φ). Die Maßeinheit ist das Lumen (lm).

Fällt der Lichtstrom einer Lampe auf eine Fläche (A), so ergibt sich eine bestimmte Beleuchtungsstärke (E). Die Maßeinheit ist das Lux (lx).

$$E \sim \frac{\Phi}{A}$$

Die gesamte Strahlungsleistung einer Lampe kann nie ausgenützt werden. Leuchtenart und Raumverhältnisse ergeben den Beleuchtungswirkungsgrad (η). Er ist den Tabellen 3 oder 4 zu entnehmen.

Die Raumverhältnisse sind im Raumindex (k) zusammengefaßt.

$$k = \frac{l \cdot b}{h \cdot (l + b)}$$

l = Länge
b = Breite
h = Höhe der Lampen über der Nutzebene (Tische usw.)

Die Beleuchtungsstärke ist dann

$$E = \frac{\Phi}{A} \cdot \eta \qquad 1\,\text{lx} = \frac{1\,\text{lm}}{1\,\text{m}^2}$$

Der erforderliche Lichtstrom für eine gewünschte Beleuchtungsstärke errechnet sich aus :

$$\Phi = \frac{E \cdot A}{\eta} \qquad 1\,\text{lm} = 1\,\text{lx} \cdot 1\,\text{m}^2$$

In dieser Formel sind Lampenalterung und Verschmutzung nicht berücksichtigt. Evtl. 20-30% aufschlagen!
Die erforderliche Beleuchtungsstärke richtet sich nach dem Verwendungszweck des Raumes. Sie ist der Tabelle 2 zu entnehmen. Im Zweifelsfall wähle man eine höhere Beleuchtungsstärke.

Zahl und Anbringungsort der Leuchten richten sich nach der Raumform. Der Raum soll möglichst gleichmäßig ausgeleuchtet werden.

Die Lichtströme der verschiedenen Lampen sind in der Tabelle 1 Seite 206 zusammengestellt.

Größe		Einheit	
Φ	Lichtstrom	lm	Lumen
E	Beleuchtungsstärke	lx	Lux
A	Fläche (zu beleuchten)	m^2	Quadratmeter
l	Länge des Raums	m	Meter
b	Breite des Raums	m	Meter
h	Höhe (Abstand Nutzebene-Lampen)	m	Meter

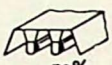
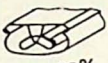
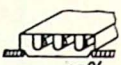
Tabelle 1 : Lichtströme gebräuchlicher Lampen

Glühlampen :	40	60	75	100	150	200	300	500	1 000	W
Lichtstrom :	430	730	960	1 380	2 220	3 150	5 000	8 400	18 800	lm
Leuchtstofflampen :					L 20 W	L 40 W	L 65 W			
Lichtfarben : 15, 22, 32, 35 (Wohnraum : L.-Farbe 32)										
Lichtstrom :					850	1 950	3 100		lm	
Leuchtstofflampen :					L 20 W	L 40 W	L 65 W		L 120	W
Lichtfarbe 25 Universal-Weiß (Bis auf Wohnräume fast überall zu verwenden)										
Lichtstrom:					950	2 300	3 600		5 800	lm
Leuchtstofflampen :					L 20 W	L 40 W	L 65 W		L 120	W
Lichtfarben 20 u. 30 (Werkstätten)										
Lichtstrom :					1 100	2 900	4 500		7 000	lm
Quecksilberdampf- :			125	250	400	700	1 000	2 000		W
Hochdrucklampen										
Lichtstrom :			5 400	11 500	20 500	37 000	52 000	125 000		lm

Tabelle 2 : Beleuchtungsstärken

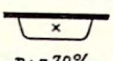
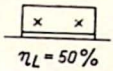
Din 5035	Abstell-u. Nebenräume Flure, Toiletten	Treppen, Vorrats- und Lagerräume; Sandstrahlen Schmieden, Gießen,	Musiksäle, Turnhallen Maschinensäle, Archiv, Registratur Verkaufsräume; Bohren, Drehen	Büro-Verkaufsräume Unterrichtsräume Bastel-Zeichensäle Werkzeugmaschinenbau Feinmontage	Verkaufsräume Schaufenster Revision, Handarbeitsräume Uhrmacherei	Platzbeleuchtung
Ansprüche	sehr gering	gering	mäßig	hoch	sehr hoch	außer-gewöhnlich
Arbeit		grob	mittelfein	fein	sehr fein	
20	30	40	120	250	500	1000 Lx

Tabelle 3 : Beleuchtungswirkungsgrade η für Leuchtstofflampen

Raumindex k	Lichtleisten			Reflektorleuchten			Wannenleuchten (geschlossen)			Rasterleuchten			Deckeneinbauleuchten		
	$\eta_L = 90\%$			 $\eta_L = 70\%$			 $\eta_L = 65\%$			$\eta_L = 75\%$			 $\eta_L = 45\%$		
	Raumanstrich			Raumanstrich			Raumanstrich			Raumanstrich			Raumanstrich		
	hell	mittel	dunkel	hell	mittel	dunkel	hell	mittel	dunkel	hell	mittel	dunkel	hell	mittel	dunkel
0,8	0,27	0,18	0,16	0,37	0,32	0,31	0,22	0,16	0,16	0,27	0,20	0,18	0,24	0,20	0,20
1,0	0,32	0,22	0,19	0,43	0,38	0,36	0,27	0,20	0,19	0,33	0,24	0,21	0,28	0,24	0,23
1,5	0,43	0,30	0,25	0,55	0,48	0,46	0,35	0,27	0,25	0,42	0,31	0,27	0,35	0,31	0,30
2,0	0,52	0,35	0,30	0,62	0,55	0,52	0,42	0,32	0,29	0,50	0,36	0,31	0,40	0,35	0,33
3,0	0,64	0,46	0,37	0,71	0,62	0,59	0,50	0,38	0,34	0,59	0,44	0,36	0,45	0,40	0,38
4,0	0,71	0,50	0,41	0,75	0,67	0,62	0,55	0,43	0,37	0,65	0,48	0,40	0,48	0,43	0,40
5,0	0,76	0,54	0,44	0,78	0,69	0,64	0,59	0,46	0,39	0,69	0,50	0,41	0,50	0,44	0,41

η_L = angenommener Leuchtenwirkungsgrad

Tabelle 4 : Beleuchtungswirkungsgrade η für Glüh- und Quecksilberdampflampen

Raumindex k	Kugelleuchte			Tiefstrahler			Nurglas-deckenleuchte			Einbau-deckenleuchte		
	$\eta_L = 80\,\%$			$\eta_L = 65\,\%$			 $\eta_L = 70\,\%$			 $\eta_L = 50\,\%$		
	Raumanstrich			Raumanstrich			Raumanstrich			Raumanstrich		
	hell	mit-tel	dun-kel	hell	mit-tel	dun-kel	hell	mit-tel	dun-kel	hell	mit-tel	dun-kel
0,8	0,24	0,16	0,14	0,34	0,29	0,29	0,21	0,15	0,13	0,27	0,23	0,22
1,0	0,29	0,19	0,17	0,40	0,35	0,34	0,26	0,18	0,16	0,31	0,27	0,26
1,5	0,38	0,26	0,22	0,51	0,45	0,43	0,34	0,25	0,22	0,39	0,35	0,33
2,0	0,46	0,31	0,26	0,58	0,51	0,48	0,42	0,30	0,26	0,45	0,39	0,37
3,0	0,57	0,40	0,33	0,66	0,58	0,55	0,52	0,36	0,32	0,51	0,45	0,42
4,0	0,63	0,45	0,37	0,70	0,62	0,58	0,57	0,42	0,36	0,54	0,48	0,45
5,0	0,67	0,48	0,39	0,73	0,64	0,60	0,61	0,45	0,38	0,56	0,49	0,46

η_L = angenommener Leuchtenwirkungsgrad

Beispiel Für einen Verkaufsraum mit hellem Anstrich, Länge : 20 m, Breite : 12 m, Höhe (Theken-Decke) : 3 m, ist eine Beleuchtungsstärke von 350 lx gefordert. Es sollen Rasterleuchten mit Leuchtstofflampen L 65 W/25 verwendet werden.
Wieviel Lampen sind zu installieren?

1. Raumindex

$$k = \frac{l \cdot b}{h \cdot (l + b)} = \frac{20 \cdot 12}{3 \cdot (20 + 12)} = \frac{240}{96} = \mathbf{2{,}5}$$

2. Aus Tabelle 3 den Beleuchtungswirkungsgrad entnehmen
Für $k = 2{,}5$, hellen Anstrich und Rasterleuchten ist $\eta \approx 0{,}55$

3. Lichtstrom

$$\Phi = \frac{A \cdot E}{\eta} = \frac{240\,\text{m}^2 \cdot 350\,\text{lx}}{0{,}55} = \mathbf{153\,000\,lm}$$

4. Anzahl der Lampen
Φ der L 65 W/25 : 3600 lm (Tabelle 1)

$$n = \frac{\Phi_g}{\Phi_L} = \frac{153\,000\,\text{lm}}{3\,600\,\text{lm}} = \mathbf{42{,}5}$$

Etwa 42 Lampen sind erforderlich.
Mögliche Anordnung : 21 Doppelleuchten 2 xL 65 W/25 in 3 Reihen mit je 7 Leuchten.

31. Verstärkerröhren

31.1 Statische Röhrendaten

Steilheit

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} \qquad U_a \text{ konstant!}$$

Durchgriff

$$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a} \qquad I_a \text{ konstant!}$$

Innerer Widerstand

$$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \qquad U_g \text{ konstant!}$$

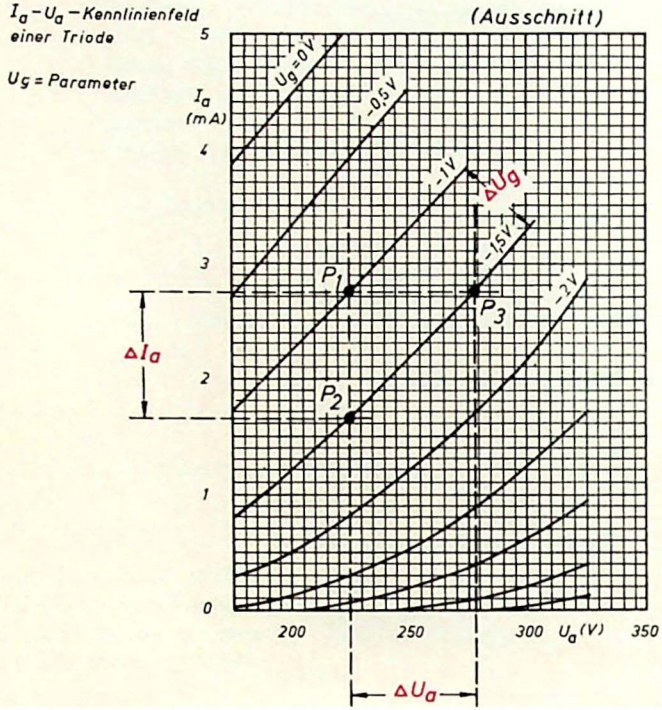
Barkhausensche Röhrenformel

$$S \cdot D \cdot R_i = \frac{\Delta I_a \cdot \Delta U_g \cdot \Delta U_a}{\Delta U_g \cdot \Delta U_a \cdot \Delta I_a} = 1$$

(Falls S, D und R_i in einem kleinen Ausschnitt des Kennlinien-Feldes ermittelt worden sind!)

$$S \cdot D \cdot R_i = 1 \qquad \frac{1\,A}{1\,V} \cdot \frac{1\,V}{1\,V} \cdot \frac{1\,V}{1\,A} = 1$$

$$S = \frac{1}{D \cdot R_i} \qquad D = \frac{1}{S \cdot R_i} \qquad R_i = \frac{1}{S \cdot D}$$


$I_a - U_a$ – Kennlinienfeld einer Triode
U_g = Parameter
(Ausschnitt)
I_a (mA)
5
4
3
2
1
0
U_g=0 V
-0,5 V
-1 V
-1,5 V
-2 V
ΔU_g
P_1
P_2
P_3
ΔI_a
200
250
300
U_a (V)
350
ΔU_a

Theoretische Grenzverstärkung (Verstärkungsfaktor)

$$\mu = \frac{1}{D} \qquad D = \frac{1}{\mu}$$

Größe		Einheit	
S	Steilheit	A/V	Ampere pro Volt
		mA/V	Milliampere pro Volt
D	Durchgriff	Verhältniszahl	
R_i	Innerer Widerstand	Ω	Ohm
μ	Verstärkungsfaktor	Verhältnisgröße	

Beispiel Im geradlinigen Teil des Trioden-Kennlinienfeldes Abb. Seite 212, (I_a-U_a- Kennlinienfeld; U_g = Parameter) sollen Steilheit, Durchgriff und Innenwiderstand ermittelt werden.

Steilheit

U_a konstant = 225 V

Punkt 1 :	$U_g = -1$ V;	$I_a = 2{,}75$ mA
Punkt 2 :	$U_g = -1{,}5$ V;	$I_a = 1{,}65$ mA
	ΔU_g 0,5 V;	$\Delta I_a = 1{,}10$ mA

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} = \frac{1{,}10 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}{0{,}5\ \text{V}} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{A}}{\text{V}} = \mathbf{2{,}2\ \frac{mA}{V}}$$

Durchgriff

I_a konstant $= 2{,}75$ mA

Punkt 3 :	$U_g = -1{,}5$ V;	$U_a = 277{,}5$ V
Punkt 1 :	$U_g = -1{,}0$ V;	$U_a = 225{,}0$ V
	$\Delta U_g = 0{,}5$ V;	$\Delta U_a = 52{,}5$ V

$$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a} = \frac{0{,}5\ \text{V}}{52{,}5\ \text{V}} = 0{,}00955 = \mathbf{0{,}955\%}$$

Innerer Widerstand

U_g konstant $= -1{,}5$ V

Punkt 3 :	$U_a = 277{,}5$ V;	$I_a = 2{,}75$ mA
Punkt 2 :	$U_a = 225{,}0$ V;	$I_a = 1{,}65$ mA
	$\Delta U_a = 52{,}5$ V;	$\Delta I_a \doteq 1{,}10$ mA

$$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} = \frac{52{,}5\ \text{V}}{1{,}10 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = 47{,}7 \cdot 10^3\,\Omega = \mathbf{47{,}7\ k\Omega}$$

Kontrolle : Barkhausensche Röhrenformel

$$S \cdot D \cdot R_i = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\frac{\text{A}}{\text{V}} \cdot 0{,}00955\,\frac{\text{V}}{\text{V}} \cdot 47{,}7 \cdot 10^3\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = 0{,}99 \approx 1$$

31.2 Triode in RC-Kopplung

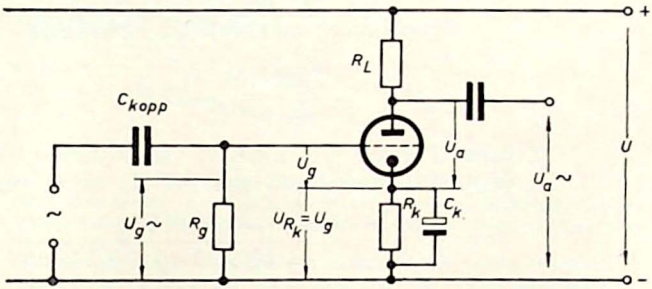
Verstärkung

$$V = \frac{U_{a\sim}}{U_{g\sim}} \qquad U_{a\sim} = V \cdot U_{g\sim}$$

$$V = S \cdot \frac{R_i \cdot R_L}{R_i + R_L} \quad \text{oder} \quad V = \frac{1}{D} \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Lastwiderstand

$$R_L = \frac{R_i \cdot V}{R_i \cdot S - V}$$



Größe		Einheit	
V	Verstärkung	Verhältnisgröße	
$U_{a\sim}$	Anodenwechselspannung	V	Volt
$U_{g\sim}$	Gitterwechselspannung	V	Volt
S	Steilheit im Arbeitspunkt	$\frac{A}{V}$	$\frac{\text{Ampere}}{\text{Volt}}$
D	Durchgriff	Verhältnisgröße	
R_i	Innenwiderstand der Röhre im Arbeitspunkt	$\Omega; \frac{V}{A}$	Ohm
R_L	Lastwiderstand (Arbeitswiderstand)	Ω	Ohm

Beispiele 1. Von einer Verstärkerstufe sind gegeben:
Steilheit im Arbeitspunkt $S = 3{,}4\ \text{mA/V}$
Innenwiderstand $R_\text{i} = 14\ \text{k}\Omega$
Lastwiderstand $R_\text{L} = 50\ \text{k}\Omega$
Die Verstärkung V ist zu berechnen!

$$V = \frac{S \cdot R_\text{i} \cdot R_\text{L}}{R_\text{i} + R_\text{L}} = \frac{3{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{A/V} \cdot 14 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 50 \cdot 10^3\,\Omega}{14 \cdot 10^3\,\Omega + 50 \cdot 10^3\,\Omega}$$

$$= \frac{2380 \cdot 10^3}{64 \cdot 10^3} = \mathbf{37{,}2}$$

2. Eine Triode, $S = 2\ \text{mA/V}$, $R_\text{i} = 12\ \text{k}\Omega$, soll 10fach verstärken. Der Lastwiderstand R_L ist zu berechnen!

$$R_\text{L} = \frac{R_\text{i} \cdot V}{R_\text{i} \cdot S - V} = \frac{12 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 10}{12 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{A/V} - 10}$$

$$= \frac{120 \cdot 10^3}{24 - 10}\,\Omega = \frac{120 \cdot 10^3}{14}\,\Omega = \mathbf{8{,}56\ k\Omega}$$

31.3 Katodenwiderstand und Katodenkondensator

Der **Katodenwiderstand** soll die erforderliche Gittergleichspannung einstellen.

$$U_{R_\text{k}} = U_\text{g} = I_\text{a} \cdot R_\text{k}$$

$$\boxed{R_\text{k} = \frac{U_\text{g}}{I_\text{a}}}$$

Der **Katodenkondensator** soll noch bei der unteren Grenzfrequenz (Verstärkungsabfall auf 70%) die Wechselspannung an R_k hinreichend unterdrücken.

X_{C_k} bei $\underset{\sim}{f} \approx 0{,}25\ R_k$ (zur genauen Berechnung müßte für jede Stufe die Steilheit berücksichtigt werden)

Faustformel für 2-3stufige Verstärker

$$C_k = \frac{4}{\omega \cdot R_k} \quad \text{oder} \quad C_k = \frac{4}{2\pi \underset{\sim}{f} \cdot R_k}$$

Die genaue Berechnung von Koppel-, Katoden und auch Schirmgitterkondensatoren kann bei mehrstufigen Verstärkern nur *im Zusammenhang* vorgenommen werden.
In einem zweistufigen Verstärker z.B. ist für jede Stufe bei der unteren Grenzfrequenz nur ein Abfall auf 0,84 zulässig. Das entspricht einem Gesamtabfall der Verstärkung auf $0{,}84^2 \approx 0{,}7$.
In einem zweistufigen Pentodenverstärker dürfte jeder der obengenannten Kondensatoren (2 · 3 Stück) im Mittel nur eine Verstärkungsschwächung bei $\underset{\sim}{f}$ auf $\sqrt[6]{0{,}7} \approx 0{,}94$ bedingen, weil dadurch der Gesamtverstärkungsverlust auf $0{,}94^6 \approx 0{,}7$ absinken würde. Die obigen Formeln berücksichtigen das.

Bei Verstärkern mit geringer Bandbreite („Resonanzverstärker", z.B. Zwischenfrequenzstufen) wäre es sinnwidrig, einen meßbaren Verstärkungsverlust durch C_k zuzulassen. Hier empfiehlt sich folgende Faustformel :

$$C_k \approx \frac{10}{2\pi f \cdot R_k}$$

Größe		Einheit	
R_k	Katodenwiderstand	Ω	Ohm
C_k	Katodenkondensator	F	Farad
U_g	Gitterspannung (Gittervorspannung)	V	Volt
$\underset{\smile}{f}$	untere Grenzfrequenz	Hz	Hertz

Beispiel Für die Röhre ECC 82 (ein System) sind Katodenwiderstand und Katodenkondensator zu berechnen!
Arbeitspunkt : $I_a = 2{,}5$ mA, $U_g = -2$ V
Untere Grenzfrequenz $\underset{\smile}{f} = 30$ Hz

$$R_k = \frac{U_g}{I_a} = \frac{2\ \text{V}}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\,\Omega = \mathbf{800\ \Omega}$$

$$C_k = \frac{4}{2\,\pi \underset{\smile}{f} \cdot R_k} = \frac{4}{6{,}28 \cdot 30\ \text{Hz} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{3}\,\Omega}$$

$$\approx \frac{4000 \cdot 10^{-6}}{150}\ \text{F} \approx \mathbf{27\ \mu F}$$

31.4 Koppelkondensator und Gitterwiderstand

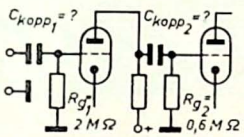
Die untere Grenzfrequenz $\underset{\smile}{f}$ eines Verstärkers wird auch durch das Widerstandsverhältnis der RC-Koppelglieder mitbestimmt. Zur Berechnung in 2-3stufigen Verstärkern reicht die Faustformel :

$$X_{C_{kopp}} \text{ bei } \underset{\smile}{f} = \frac{R_g}{3}$$

$$C_{kopp} = \frac{3}{\omega \cdot R_g} \quad \text{oder} \quad C_{kopp} = \frac{3}{2\pi \underset{\smile}{f} \cdot R_g}$$

Größe		Einheit	
C_{kopp}	Koppelkondensator	F	Farad
R_g	Gitterwiderstand	Ω	Ohm
$\underset{\smile}{f}$	untere Grenzfrequenz	Hz	Hertz

Beispiel



Für die nebenstehende Schaltung sind die beiden Koppelkondensatoren zu berechnen. Untere Grenzfrequenz $\underset{\smile}{f} = 25$ Hz.

$$C_{kopp_1} = \frac{3}{2\pi \underset{\smile}{f} \cdot R_g} = \frac{3}{6{,}28 \cdot 25\ \text{Hz} \cdot 2 \cdot 10^6\ \Omega}$$

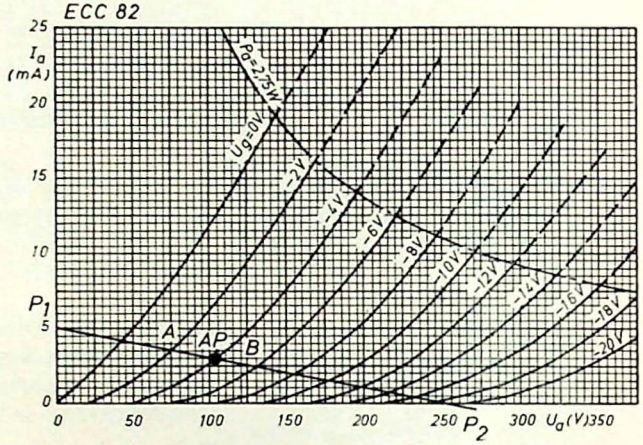
$$= \frac{3000 \cdot 10^{-9}}{314}\ \text{F} = 9{,}6\ \text{nF}$$

gewählt : 10 nF

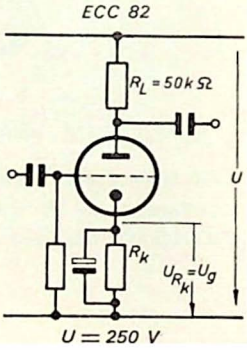
$$C_{kopp_2} = \frac{3}{2\pi \underset{\smile}{f} \cdot R_g} = \frac{3}{6{,}28 \cdot 25\ \text{Hz} \cdot 0{,}6 \cdot 10^6\ \Omega}$$

$$= \frac{3000 \cdot 10^{-9}}{94}\ \text{F} = 32\ \text{nF}$$

Berechnungen nach dem I_a-U_a-Kennlinienfeld



Für die nebenstehende Schaltung ist die Widerstandsgerade in das Kennlinienfeld einzutragen. Katodenwiderstand und Verstärkung sind zu bestimmen.



Grenzpunkte der Widerstandsgeraden :

Punkt 1 : Röhrenwiderstand = 0
(theoretischer Fall)

$$I_a = \frac{U}{R_L} = \frac{250\ \text{V}}{50 \cdot 10^3\ \Omega} = 5\ \text{mA}$$

$U_a = 0$

Punkt 2 : Röhrenwiderstand ∞
(bei $-U_g \geqq 20$ V)

$I_a = 0$

$U_a = U = 250$ V (kein Spannungsabfall an R_L)

Auf der Geraden zwischen diesen beiden Punkten liegen alle möglichen Arbeitspunkte dieser Röhrenschaltung!

Arbeitspunkt (gewählt)

$U_g = -4$ V, $I_a = 2{,}8$ mA, $U_a = 103$ V (Kennlinienfeld!)

Katodenwiderstand

$$R_k = \frac{U_{g\,AP}}{I_{a\,AP}} = \frac{4\ \text{V}}{2{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \mathbf{1{,}43\ k\Omega}$$

Verstärkung

Dem AP benachbarte Schnittpunkte sind A und B

Punkt A : $U_g = -2$ V; $U_a = 75$ V

Punkt B : $U_g = -6$ V; $U_a = 130$ V

$\Delta U_g = 4$ V; $\Delta U_a = 55$ V

$$V = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} = \frac{55\ \text{V}}{4\ \text{V}} \approx \mathbf{14}$$

Die Widerstandsgerade dürfte eigentlich erst bei $U_a = 246$ V beginnen, weil 4 Volt am Katodenwiderstand liegen. Der kleine Fehler ist in der Praxis bedeutungslos.

31.5 Pentoden

31.5.1 *Verstärkung und Lastwiderstand*

Es gelten die Verstärkerformeln der Seite 214.

$$V = S \cdot \frac{R_i \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

Bei Pentoden ist im allgemeinen R_i wesentlich größer als R_L.

Wenn $R_i \gg R_L$, gilt die Näherungsformel

$$\boxed{V \approx S \cdot R_L} \qquad 1 \approx \frac{1\,\text{A}}{1\,\text{V}} \cdot 1\,\Omega$$

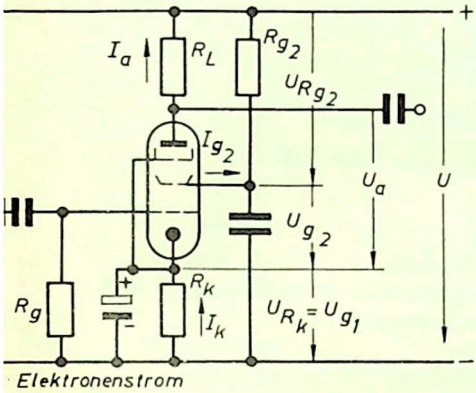
$$R_L = \frac{V}{S}$$

Größe		Einheit	
V	Verstärkung	Verhältnisgröße	
S	Steilheit im Arbeitspunkt	A/V	Ampere pro Volt
R_i	Innerer Widerstand im Arbeitspunkt	Ω	Ohm
R_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm

Beispiel Die Röhre EF 86 mit einer Steilheit im Arbeitspunkt von 1,2 mA/V hat einen Lastwiderstand von 100 kΩ. Wie groß ist die Verstärkung?

$$V \approx S \cdot R_L = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\text{A/V} \cdot 100 \cdot 10^3\,\Omega = \mathbf{120}$$

31.5.2 *Schirmgitterwiderstand und Schirmgitterkondensator*



Die Schirmgitterspannung ist etwa gleich der Differenz zwischen Betriebsspannung U und Spannung am Schirmgitterwiderstand $U_{R_{g2}}$.

$$U_{g_2} = U - U_{R_{g2}}$$

$$U_{R_{g2}} = U - U_{g_2} = I_{g_2} \cdot R_{g_2}$$

$$R_{g_2} = \frac{U - U_{g_2}}{I_{g_2}}$$

$$U_{g_2} = U - I_{g_2} \cdot R_{g_2}$$

Die Spannung am Katodenwiderstand ist dabei unberücksichtigt! Der Fehler liegt aber weit unter den Toleranzen der Bauelemente.

Die Kapazität des Schirmgitterkondensators berechnet man mit hinreichender Sicherheit nach der Formel :

$$C_{g_2} = \frac{10}{2\pi f \cdot R_{g_2}}$$

$$1\,\mathrm{F} = \frac{10}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{Hz} \cdot 1\,\Omega}$$

Katodenwiderstand
R_K wird vom Anoden- und vom Schirmgitterstrom durchflossen

$$R_k = \frac{U_{g1}}{I_a + I_{g2}}$$

Katodenkondensator siehe Seite 217.

Größe		Einheit	
R_{g2}	Schirmgitterwiderstand	Ω	Ohm
R_k	Katodenwiderstand	Ω	Ohm
C_{g2}	Schirmgitterkondensator	F	Farad
U	Betriebsspannung	V	Volt
U_{g2}	Schirmgitterspannung	V	Volt
I_a	Anodenstrom	A	Ampere
I_{g2}	Schirmgitterstrom	A	Ampere
$\underset{\smile}{f}$	untere Grenzfrequenz	Hz	Hertz

Beispiele 1. Von einer Pentoden-Verstärkerstufe sind folgende Daten bekannt:

$U = 170$ V
$U_{g2} = 70$ V
$U_{g1} = -2$ V
$I_a = 1$ mA
$I_{g2} = 0{,}2$ mA
$\underset{\smile}{f} = 100$ Hz

Zu berechnen sind
R_{g2}, C_{g2} und R_k!

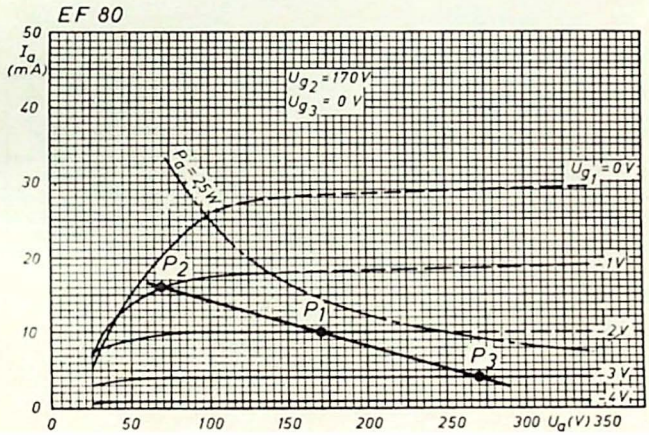
$$R_{g2} = \frac{U - U_{g2}}{I_{g2}} = \frac{170\ \text{V} - 70\ \text{V}}{0{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{100 \cdot 10^3}{0{,}2}\,\Omega = \mathbf{500\ k\Omega}$$

$$C_{g2} = \frac{10}{2\pi f \cdot R_{g2}} = \frac{10}{628 \cdot 500 \cdot 10^3}\,\text{F} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{314000}\,\text{F}$$

$$= \frac{10000 \cdot 10^{-9}}{314}\,\text{F} \approx \mathbf{30\ nF}$$

$$R_k = \frac{U_{g1}}{I_a + I_{g2}} = \frac{2\ \text{V}}{(1+0{,}2) \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{2 \cdot 10^3}{1{,}2}\,\Omega = \mathbf{1{,}7\ k\Omega}$$

31.5.3 *Berechnungen nach dem I_a-U_a-Kennlinienfeld*



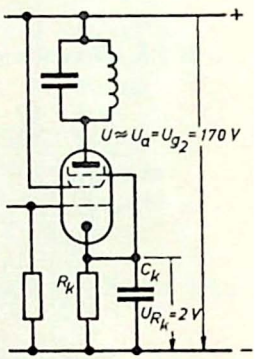
Eine Pentode EF 80 hat folgenden Arbeitspunkt (Abb.)

$U_a = 170\ V;\ U_{g1} = -2\ V;\ U_{g2} = 170\ V;\ U_{g3} = 0$

Der Lastwiderstand ist ein Resonanzkreis, $f = 10$ MHz, $Z_L = 16{,}6$ kOhm.

Die Lastwiderstandsgerade ist einzutragen. Katodenwiderstand, Katodenkondensator und Verstärkung sind zu berechnen!

Arbeitspunkt P_1 : $U_a = 170\ V$
$U_{g1} = -2\ V$
$I_a = 10\ mA$



Ein zweiter Punkt muß gefunden werden!

Welche Stromänderung ΔI_a ändert die Anodenspannung um 100 V?

$$Z_L = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$$

$$\Delta I_a = \frac{\Delta U_a}{Z_L} = \frac{100\ V}{16{,}6 \cdot 10^3\ \Omega}$$

$$= \frac{100 \cdot 10^{-3}}{16{,}6}\ A = 6\ mA$$

Steigt I_a um 6 mA, sinkt U_a um 100 V!

Punkt P_2: $U_a = 70\ V$; $I_a = 16\ mA$; $U_{g1} = -1\ V$

Lastgerade ziehen! Dadurch ergibt sich P_3:

Punkt P_3: $U_a = 270\ V$; $I_a = 4\ mA$; $U_{g1} = -3\ V$

$\Delta U_a = 200\ V$ $\Delta I_a = 12\ mA$ $\Delta U_{g1} = -2\ V$

Verstärkung

$$V = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} = \frac{200\ V}{2\ V} = \mathbf{100}$$

Katodenwiderstand

R_k wird von I_a und I_{g2} durchflossen. I_{g2} ist im Arbeitspunkt 2,5 mA (dieser Wert ist einem anderen, hier nicht abgebildeten Diagramm entnommen).

$$R_k = \frac{U_g}{I_a + I_{g2}} = \frac{2\ V}{(10+2{,}5)\cdot 10^{-3}\ A} = \frac{2\cdot 10^3}{12{,}5}\Omega = \mathbf{160\ \Omega}$$

Katodenkondensator

$$C_k = \frac{10}{2\pi f \cdot R_k} = \frac{10}{62{,}8\cdot 10^6 \cdot 160}\ F = \frac{10}{10000\cdot 10^6}\ F$$

$$= \frac{10\cdot 10^{-9}}{10}\ F = \mathbf{1\ nF}$$

31.6 Leistungspentoden

Schaltungen mit Leistungsröhren benötigen einen genau errechneten Lastwiderstand. Die Benutzung eines Kennlinienfeldes ist immer zu empfehlen.

Der Arbeitspunkt AP (P_1) liegt im allgemeinen im Mittelfeld des I_a-U_a-Diagramms auf der $P_{a_{max}}$-Kurve. Die Lastwiderstandsgerade läßt sich als Tangente der $P_{a_{max}}$-Kurve durch den Arbeitspunkt ziehen.

Die Grenzpunkte der Aussteuerung sind dann :

P_2: $U_{g1} = 0$; P_3: $U_{g1} = 2 \cdot U_{g1\,AP}$

Das Diagramm (Abb. 1) zeigt die dazugehörigen Eintragungen.

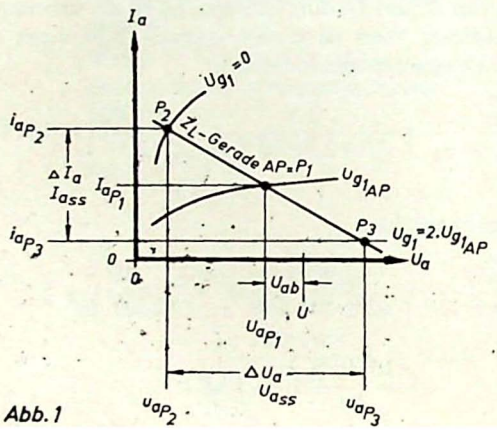
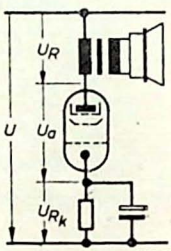


Abb. 1



U_R = Spannungsabfall am Gleichwiderstand der Primärwicklung

$U = U_a + U_R + U_{Rk}$

Abb. 2

Lastwiderstand

$$Z_L = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$$

Anodenbelastung

$$P_a = U_{aP1} \cdot I_{aP1}$$

Anodenwechselleistung

$$P_{a\sim} = U_{a\sim} \cdot I_{a\sim} = \frac{\Delta U_a}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{\Delta I_a}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$P_{a\sim} = \frac{\Delta U_a \cdot \Delta I_a}{8}$$

Anodenverlustleistung

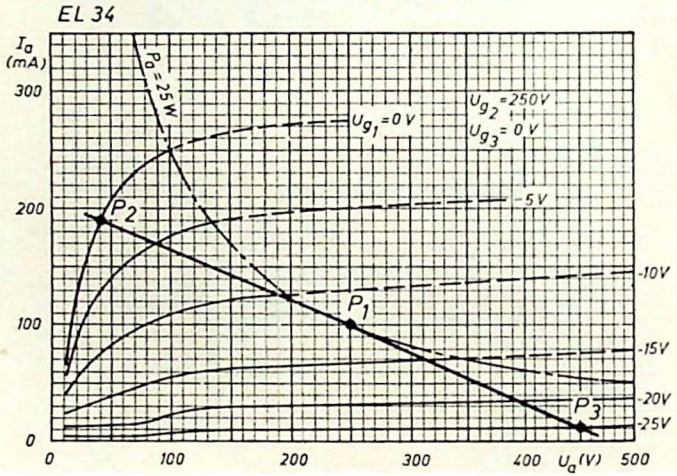
$$P_v = P_a - P_{a\sim}$$

Betriebsspannung U (Abb. 2)

$$U = U_a + U_{ab} = U_a + U_{R_} + U_{R_k}$$

$$U = U_a + U_{R_} + U_{R_k}$$

Größe		Einheit	
Z_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm
U	Betriebsspannung	V	Volt
U_a	Anodenspannung	V	Volt
$U_{R\sim}$	Spannungsabfall am Gleichwiderstand der Primärwicklung	V	Volt
U_{R_k}	Spannungsabfall am Katodenwiderstand	V	Volt
I_a	Anodenstrom	A	Ampere
P_a	Anodengleichleistung	W	Watt
$P_{a\sim}$	Anodenwechselleistung	W	Watt
P_v	Anodenverlustleistung	W	Watt



Beispiel Für die Röhre EL 34 (Diagramm Seite 230) sind bei $U_a = 250$ V und $U_{g2} = 250$ V zu berechnen: Lastwiderstand Z_L, Verstärkung V, Anodenwechselleistung $P_{a\sim}$, Katodenwiderstand R_K, Katodenkondensator C_K und Betriebsspannung U. Der Gleichspannungsabfall an der Primärwicklung des Ausgangstransformators beträgt $U_{R_} = 25$ V. Die untere Grenzfrequenz ist 50 Hz.

Arbeitspunkt: $U_a = 250$ V; $U_{g1} = -12{,}5$;
$I_a = 100$ mA; $I_{g2} = 10$ mA

Lastwiderstand

Die Lastgerade wird als Tangente der $P_{a_{max}}$-Kurve durch den Arbeitspunkt P_1 gezogen.

Grenzpunkte der Aussteuerung:

P_2:	$U_{g1} = 0$;	$U_a = 40$ V;	$I_a = 190$ mA
P_3:	$U_{g1} = -25$ V;	$U_a = 450$ V;	$I_a = 10$ mA
	$\Delta U_{g1} = 25$ V	$\Delta U_a = 410$ V	$\Delta I_a = 180$ mA

$$Z_L = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} = \frac{410\text{ V}}{180 \cdot 10^{-3}\text{ A}} = 2{,}28 \cdot 10^3\,\Omega = \mathbf{2{,}28\ k\Omega}$$

Verstärkung

$$V = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} = \frac{410\text{ V}}{25\text{ V}} \approx \mathbf{16}$$

Anodenwechselleistung

$$P_{a\sim} = \frac{\Delta U_a \cdot \Delta I_a}{8} = \frac{410\ \text{V} \cdot 180 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}{8} = \frac{73{,}8\ \text{W}}{8} \approx \mathbf{9\ W}$$

Katodenwiderstand

$$R_k = \frac{U_{g1}}{I_a + I_{g2}} = \frac{12{,}5\ \text{V}}{(100+10) \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{12{,}5 \cdot 10^3}{110}\ \Omega$$

$$\approx \mathbf{115\ \Omega}$$

(I_{g2} im Arbeitspunkt ist einem anderen, hier nicht abgebildeten Diagramm entnommen).

Katodenkondensator

$$C_k = \frac{4}{2\pi f \cdot R_k} = \frac{4}{314 \cdot 115}\ \text{F} = \frac{4}{36{,}2 \cdot 10^3}\ \text{F} = \frac{4000 \cdot 10^{-6}}{36{,}2}\ \text{F}$$

$$\approx \mathbf{110\ \mu F}$$

Betriebsspannung U

$$U = U_a + U_{R_} + U_{R_k} = 250\ \text{V} + 25\ \text{V} + 12{,}5\ \text{V} = \mathbf{287{,}5\ V}$$

Gegentaktschaltungen siehe Kapitel 34.3.7.2 (Seite 264 ff.)

32. Anpassungstransformator

Eisenkern

Die Größe des Eisenkerns wird durch die zu übertragende Leistung $P_{\sim}$ und die untere Grenzfrequenz $\underset{\sim}{f}$ bestimmt. Faustformel :

$$A_E \approx \sqrt{\frac{200 \cdot P_v}{\underset{\sim}{f}}}$$

A_E in cm², wenn $P_{\sim}$ in W

Der zulässige Drahtdurchmesser der Primärwicklung hängt vom Anodengleichstrom (Kollektorstrom) ab. Bei einer Stromdichte von $S = 2 \frac{A}{mm^2}$ errechnet sich der Drahtdurchmesser aus :

$$d_p = 0{,}8 \cdot \sqrt{I}$$

Der Lastwiderstand wird im wesentlichen vom transformierten Lautsprecherwiderstand bestimmt. Die Primärwindungszahl soll möglichst hoch sein (Erzielung der unteren Grenzfrequenz).

Im einfachsten Fall ist die Primärwindungszahl aus dem Drahtdurchmesser und der gegebenen Wickelfläche zu berechnen.

Die verfügbare Wickelfläche beträgt ungefähr 60% der Fensterfläche A_F.

Davon soll für die Primärwicklung 0,55, für die Sekundärwicklung 0,45 verwendet werden.

Primärwindungszahl

$$N_p = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}6 \cdot A_F}{d_p^2}$$

A_F in mm², d_p in mm

Sekundärwindungszahl

Widerstände werden im Quadrat des Windungszahlverhältnisses transformiert.

$$\ddot{u} = \frac{N_p}{N_s} = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_s}}; \qquad \frac{N_s}{N_p} = \sqrt{\frac{Z_s}{Z_p}}$$

$$N_s = N_p \cdot \sqrt{\frac{Z_s}{Z_p}}$$

Durchmesser der Sekundärwicklung

$$d_s = \sqrt{\frac{0{,}45 \cdot 0{,}6 \cdot A_F}{N_s}}$$

A_F in mm², d_s in mm

Luftspalt

Bei Eintaktausgangsübertragern ist ein Luftspalt erforderlich, um die Vormagnetisierung durch den Gleichstrom zu verringern. Gegentakttransformatoren brauchen keinen Luftspalt.

Faustformel :

$$l_L = \frac{l_E}{150}$$

Kerntabelle (EI Kerne)

Type	48	54	60	66	78a	78b	84a	84b
Eisenfläche A_E in cm²	2,6	3,2	4	4,9	6,8	10,1	7,8	11,7
Fensterfläche A_F in cm²	1,9	2,4	3,0	3,6	5,1	5,1	5,9	5,9
Flußweglänge l_E in cm	9,9	10,7	12,0	13,2	15,6	15,6	16,8	16,8

Größe		**Einheit**	
$P_\sim$	Wechselstromleistung der Röhre od. des Transistors	W	Watt
A_E	Eisenfläche	cm²	Quadratzentimeter
A_F	Fensterfläche	cm²	Quadratzentimeter
		mm²	Quadratmillimeter
l_E	Flußweglänge	cm	Zentimeter
d	Drahtdurchmesser	mm	Millimeter

I	Anoden- oder Kollektorstrom	A	Ampere
N_p	Primärwindungszahl		
N_s	Sekundärwindungszahl		
Z_p	Primärwiderstand (Lastwiderstand)	Ω	Ohm
Z_s	Sekundärwiderstand (Lautsprecherwiderstand)	Ω	Ohm
l_L	Länge des Luftspalts	cm	Zentimeter
		mm	Millimeter
$\underset{\smile}{f}$	untere Grenzfrequenz	Hz	Hertz

Beispiel Ein Lautsprecher mit dem Widerstand $Z = 5$ Ohm soll durch einen Ausgangstransformator an die Röhre EL 34 angepaßt werden.

Als untere Grenzfrequenz $\underset{\smile}{f}$ ist 50 Hertz vorgesehen.

Aus dem Kennlinienfeld auf Seite 230 sind zu entnehmen:

Lastwiderstand $Z_p \approx 2\,\text{k}\Omega$,

Anodenwechselleistung $P_{a\sim} \approx 9$ W,

Anodengleichstrom $I_a = 100$ mA.

Eisenkern

$$A_E \approx \sqrt{\frac{200 \cdot P_\sim}{\underset{\smile}{f}}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 9\ \text{W}}{50\ \text{Hz}}} = \sqrt{\frac{1\,800}{50}}\ \text{cm}^2$$

$$= \sqrt{36}\ \text{cm}^2 = \mathbf{6\ cm^2}$$

Gewählt Kern EI 78a: $A_E = 6{,}8\ \text{cm}^2$; $A_F = 5{,}1\ \text{cm}^2$; $l_E = 15{,}6$ cm

Drahtdurchmesser

$$d = 0{,}8 \cdot \sqrt{I_a} = 0{,}8 \cdot \sqrt{0{,}1\ \text{A}} = 0{,}8 \cdot 0{,}316\ \text{mm} = \mathbf{0{,}253\ mm}$$

Gewählt 0,25 mm

Primärwindungszahl

$$N_p = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}6 \cdot A_F}{d_p^2} = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}6 \cdot 510\ \text{mm}^2}{0{,}25^2\ \text{mm}^2} = \frac{168}{0{,}0625}$$

$$\approx \mathbf{2700} \qquad [A_F \text{ in mm}^2]$$

Sekundärwindungszahl

$$N_s = N_p \cdot \sqrt{\frac{Z_s}{Z_p}} = 2700 \cdot \sqrt{\frac{5\,\Omega}{2000\,\Omega}} = 2700 \cdot \sqrt{0{,}0025}$$

$$= 2700 \cdot 0{,}05 = \mathbf{135}$$

Durchmesser der Sekundärwicklung

$$d_s = \sqrt{\frac{0{,}45 \cdot 0{,}6 \cdot A_F}{N_s}} = \sqrt{\frac{0{,}45 \cdot 0{,}6 \cdot 510\ \text{mm}^2}{135}}$$

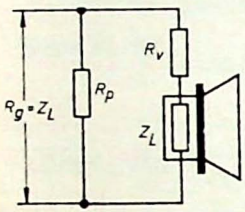
$$= \sqrt{\frac{138\ \text{mm}^2}{135}} \approx \sqrt{1}\ \text{mm} = \mathbf{1\ mm}$$

Luftspalt

$$l_L \approx \frac{l_E}{150} = \frac{15{,}6\ \text{cm}}{150} \approx 0{,}1\ \text{cm} = \mathbf{1\ mm}$$

Soll die Leistungsaufnahme eines Lautsprechers oder eines anderen, vorwiegend ohmschen Verbrauchers verringert werden, ohne daß die Belastung der Spannungsquelle verändert wird, so sind ein Vorwiderstand und ein Parallelwiderstand erforderlich.

Das Widerstandsverhältnis ist gleich der Wurzel aus dem Leistungsverhältnis.



$$\frac{R_v + Z_L}{Z_L} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} \qquad R_v = Z_L \cdot \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} - Z_L$$

$$\boxed{R_v = Z_L\left(\sqrt{\frac{P_1}{P_2}} - 1\right)}$$

R_p muß R_g wieder auf den Wert von Z_L bringen, damit die Anpassung erhalten bleibt ($R_g = Z_L$).

$$R_p = \frac{(R_v + Z_L)\cdot Z_L}{R_v + Z_L - Z_L} = \frac{Z_L^2 + Z_L \cdot R_v}{R_v}$$

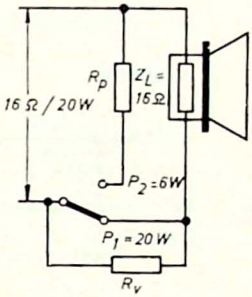
$$= \frac{Z_L^2}{R_v} + \frac{Z_L \cdot R_v}{R_v}$$

$$\boxed{R_p = \frac{Z_L^2}{R_v} + Z_L}$$

Größe		Einheit	
Z_L	Scheinwiderstand (Impedanz) des Lautsprechers	Ω	Ohm
R_v	Vorwiderstand	Ω	Ohm
R_p	Parallelwiderstand	Ω	Ohm
$P_{1,2}$	Leistung	W	Watt

Beispiel

Die Leistungsaufnahme eines Lautsprechers soll von $P_1 = 20$ W auf $P_2 = 6$ W gesenkt werden. R_v und R_p sind zu berechnen (Abb)!



$$R_v = Z_L \cdot \left(\sqrt{\frac{P_1}{P_2}} - 1 \right) = 16\,\Omega \left(\sqrt{\frac{20\ \text{W}}{6\ \text{W}}} - 1 \right)$$

$$= 16\,(\sqrt{3{,}33} - 1)\,\Omega = 16 \cdot 0{,}825\,\Omega = \mathbf{13{,}2\ \Omega}$$

$$R_p = \frac{Z_L^2}{R_v} + Z_L = \frac{16^2}{13{,}2}\,\Omega + 16\,\Omega = \frac{256}{13{,}2}\,\Omega + 16\,\Omega$$

$$= 19{,}4\,\Omega + 16\,\Omega = \mathbf{35{,}4\ \Omega}$$

Kontrolle :

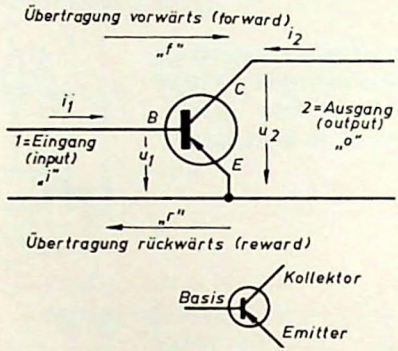
$$Z_L = R_g = \frac{(R_v + Z_L) \cdot R_p}{R_v + Z_L + R_p}\,\Omega = \frac{(13{,}2 + 16) \cdot 35{,}4}{13{,}2 + 16 + 35{,}4}\,\Omega$$

$$= \frac{29{,}2 \cdot 35{,}4}{29{,}2 + 35{,}4}\,\Omega = \frac{1037}{64{,}6}\,\Omega = 16\,\Omega$$

34. Transistoren

Zu Berechnungen ohne Kennlinienfelder eignet sich für den Praktiker vor allem die Emitterschaltung bei NF-Kleinsignal-Verstärkung. Leistungsstufen berechnet man an Hand von Kennlinienfeldern (siehe Seiten 261).

E = Emitter B = Basis C = Kollektor



34.1 Vierpolgrößen

Die Datenblätter von NF-Transistoren enthalten die Vierpolgrößen der H-Matrix. Sie gelten nur in einem bestimmten Arbeitspunkt.

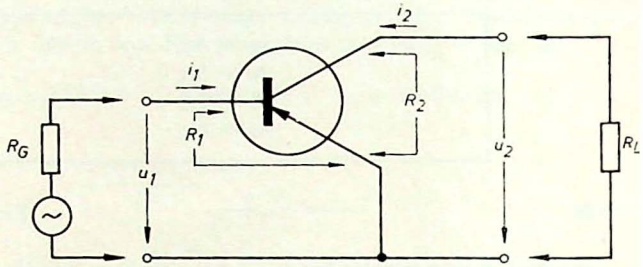
Vergleich der gebräuchlichen Schreibweisen :
$h_1 = h_{11}$ $h_r = h_{12}$ $h_f = h_{21}$ $h_0 = h_{22}$

Größe		Einheit
Kurzschluß-Eingangswiderstand (Ausgang kurzgeschlossen : $u_2 = 0$)	$h_1 = \frac{u_1}{i_1}$	Ω Ohm
Leerlauf-Spannungsrückwirkung (Eingang offen : $i_1 = 0$)	$h_r = \frac{u_1}{u_2}$	Verhältnisgröße
Kurzschluß-Stromverstärkung (Ausgang kurzgeschlossen : $u_2 = 0$)	$h_f = \frac{i_2}{i_1}$	Verhältnisgröße
Leerlauf-Ausgangsleitwert (Eingang offen : $i_1 = 0$)	$h_0 = \frac{i_2}{u_2}$	S Siemens

Zur Berechnung der Betriebswerte wird Δh benötigt :

$$\Delta h = h_1 \cdot h_0 - h_r \cdot h_f$$

34.2 Betriebsgrößen (NF-Bereich)



Eingangswiderstand R_1

$$R_1 = \frac{u_1}{i_1}$$

1) $$\boxed{R_1 = \frac{h_i + \Delta h \cdot R_L}{1 + h_o \cdot R_L}}$$ Eingangswiderstand

Ausgangswiderstand R_2

$$R_2 = \frac{u_2}{i_2}$$

2) $$\boxed{R_2 = \frac{h_i + R_G}{\Delta h + h_o \cdot R_G}}$$ Ausgangswiderstand

Bei günstigster Anpassung wird der Generatorwiderstand $R_G = R_1$, der Lastwiderstand $R_L = R_2$.

$$R_G = R_1; \qquad R_L = R_2$$

3) $$R_G = \sqrt{\frac{h_1 \cdot \Delta h}{h_0}}$$ *Anpassungswiderstand* R_G *im Eingang* (Generatorwiderstand)

4) $$R_L = \sqrt{\frac{h_1}{h_0 \cdot \Delta h}}$$ *Anpassungswiderstand* R_L *im Ausgang* (Lastwiderstand)

Die Stromverstärkung V_i ist gleich dem Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangswechselstrom.

$$V_i = \frac{i_2}{i_1}$$

5) $$V_i = \frac{h_f}{1 + h_0 \cdot R_L}$$ *Stromverstärkung*

Die Spannungsverstärkung V_u ist gleich dem Verhältnis von Ausgangswechselspannung zu Eingangswechselspannung.

$$V_u = \frac{u_2}{u_1}$$

6) $$V_u = \frac{h_f \cdot R_L}{h_i + \Delta h \cdot R_L}$$ *Spannungsverstärkung*

Die Leistungsverstärkung ist gleich dem Produkt von Spannungs- und Stromverstärkung und damit gleich dem Quotienten von Ausgangswechselleistung und Eingangswechselleistung.

$$V_p = V_u \cdot V_i = \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{i_2}{i_1} = \frac{u_2 \cdot i_2}{u_1 \cdot i_1} = \frac{P_{2\sim}}{P_{1\sim}}$$

7) $$V_p = \frac{h_f^2 \cdot R_L}{(1 + h_o \cdot R_L)(h_i + \Delta h \cdot R_L)}$$ *Leistungsverstärkung*

Die größtmögliche Leistungsverstärkung $V_{p\,max}$ wird bei Anpassung im Eingang und Ausgang erzielt ($R_G = R_1$; $R_L = R_2$).

8) $$V_{p\,max} = \left(\frac{h_f}{\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_i \cdot h_o}} \right)^2$$ *Maximale Leistungsverstärkung*

Größe		Einheit
R_1	Eingangswiderstand	Ω Ohm
R_2	Ausgangswiderstand	Ω Ohm
R_G	Generatorwiderstand	Ω Ohm
R_L	Lastwiderstand	Ω Ohm

u_1	Eingangswechselspannung	V Volt
u_2	Ausgangswechselspannung	V Volt
i_1	Eingangswechselstrom	A Ampere
i_2	Ausgangswechselstrom	A Ampere
V_1	Stromverstärkung	Verhältnisgröße
V_u	Spannungsverstärkung	Verhältnisgröße
V_p	Leistungsverstärkung	Verhältnisgröße

Beispiele 1. Vom Transistor AC 126 sind die Vierpolgrößen für die Emitterschaltung gegeben (Arbeitspunkt : $-U_{CB} = 5\,V$; $I_E = 2\,mA$).

$h_{1e} = 2{,}4\,k\Omega$; $h_{re} = 8 \cdot 10^{-4}$; $h_{fe} = 180$; $h_{0e} = 100\,\mu S$

(Der Indexbuchstabe e bedeutet Emitterschaltung)

Der Lastwiderstand R_L ist $4\,k\Omega$
Zu berechnen sind Stromverstärkung V_i, Spannungsverstärkung V_u und Leistungsverstärkung V_p!

Es empfiehlt sich, als erstes Δh auszurechnen :

$$\Delta h = h_{1e} \cdot h_{0e} - h_{re} \cdot h_{0e}$$
$$= 2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 100 \cdot 10^{-6}\,S - 8 \cdot 10^{-4} \cdot 180$$
$$= 240 \cdot 10^{-3} - 144 \cdot 10^{-3} = 96 \cdot 10^{-3} = \mathbf{0{,}096}$$

Stromverstärkung

5) $$V_i = \frac{h_{fe}}{1 + h_{0e} \cdot R_L} = \frac{180}{1 + 100 \cdot 10^{-6}\,S \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega}$$
$$= \frac{180}{1 + 400 \cdot 10^{-3}} = \frac{180}{1{,}4} = \mathbf{129}$$

Spannungsverstärkung

6) $$V_u = \frac{h_{fe} \cdot R_L}{h_{ie} + \Delta h \cdot R_L} = \frac{180 \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega}{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega + 0{,}096 \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega}$$

$$= \frac{720\,\Omega}{(2{,}4 + 0{,}384)\,\Omega} = \frac{720}{2{,}784} = \mathbf{258}$$

Leistungsverstärkung

7) $$V_p = \frac{h_{fe}^2 \cdot R_L}{(1 + h_{oe} \cdot R_L)(h_{ie} + \Delta h \cdot R_L)}$$

$$= \frac{180^2 \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega}{(1 + 100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{S} \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega)(2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega + 0{,}096 \cdot 4 \cdot 10^3\,\Omega)}$$

$$= \frac{32{,}4 \cdot 4 \cdot 10^6\,\Omega}{(1 + 400 \cdot 10^{-3})(2{,}4 \cdot 10^3 + 0{,}384 \cdot 10^3)\,\Omega}$$

$$= \frac{130 \cdot 10^6\,\Omega}{1{,}4 \cdot 2{,}784 \cdot 10^3\,\Omega} = \frac{130 \cdot 10^3}{3{,}9} = \mathbf{33{,}3 \cdot 10^3}$$

Kontrolle:

$$V_p = V_i \cdot V_u = 129 \cdot 258 = 33{,}3 \cdot 10^3$$

2. Leistungsanpassung

Für den Transistor des letzten Beispiels sind die günstigsten Anpassungswiderstände R_G und R_L zu berechnen! Wie hoch ist dann die Leistungsverstärkung $V_{p_{max}}$?

Generatorwiderstand

3) $$R_G = \sqrt{\frac{h_{ie} \cdot \Delta h}{h_{oe}}} = \sqrt{\frac{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 96 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{S}}}$$

$$= \sqrt{\frac{230 \cdot 10^6\,\Omega^2}{100}} = \sqrt{2{,}3} \cdot 10^3\,\Omega = \mathbf{1{,}25\ k\Omega}$$

Lastwiderstand

4) $$R_L = \sqrt{\frac{h_{ie}}{h_{oe} \cdot \Delta h}} = \sqrt{\frac{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega}{100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{S} \cdot 96 \cdot 10^{-3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2400 \cdot 10^6\,\Omega^2}{9{,}6}} = \sqrt{250} \cdot 10^3\,\Omega = \mathbf{15{,}8\ k\Omega}$$

Kontrolle :

$$R_1 = R_g = \frac{h_i + \Delta h \cdot R_L}{1 + h_o \cdot R_L} = \frac{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega + 96 \cdot 10^{-3} \cdot 15{,}8 \cdot 10^3\,\Omega}{1 + 100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{S} \cdot 15{,}8 \cdot 10^3\,\Omega}$$

$$= \frac{2{,}4 \cdot 10^3 + 1{,}52 \cdot 10^3\,\Omega}{2{,}58} = \frac{3{,}92 \cdot 10^3\,\Omega}{2{,}58} = 1{,}52\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R_2 = R_L = \frac{h_i + R_G}{\Delta h + h_o \cdot R_G}$$

$$= \frac{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega + 1{,}52 \cdot 10^3\,\Omega}{96 \cdot 10^{-3} + 100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{S} \cdot 1{,}52 \cdot 10^3\,\Omega}$$

$$= \frac{3{,}92 \cdot 10^3\,\Omega}{96 \cdot 10^{-3} + 152 \cdot 10^{-3}} = \frac{3{,}92 \cdot 10^3\,\Omega}{0{,}248} = 15{,}8\ \mathrm{k\Omega}$$

Leistungsverstärkung bei Anpassung

$$V_{p\,max} = \left(\frac{h_{fe}}{\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_{ie} \cdot h_{oe}}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{180}{\sqrt{0{,}096} + \sqrt{2{,}4 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 100 \cdot 10^{-6}\,S}}\right)^2$$

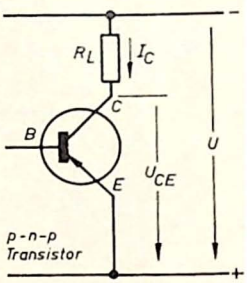
$$= \left(\frac{180}{\sqrt{0{,}096} + \sqrt{0{,}24}}\right)^2 = \left(\frac{180}{0{,}31 + 0{,}49}\right)^2$$

$$= \left(\frac{180}{0{,}8}\right)^2 = 225^2 \approx \mathbf{50 \cdot 10^3}$$

34.3 Transistor-Kennlinien

NF-Kleinsignalverstärkung

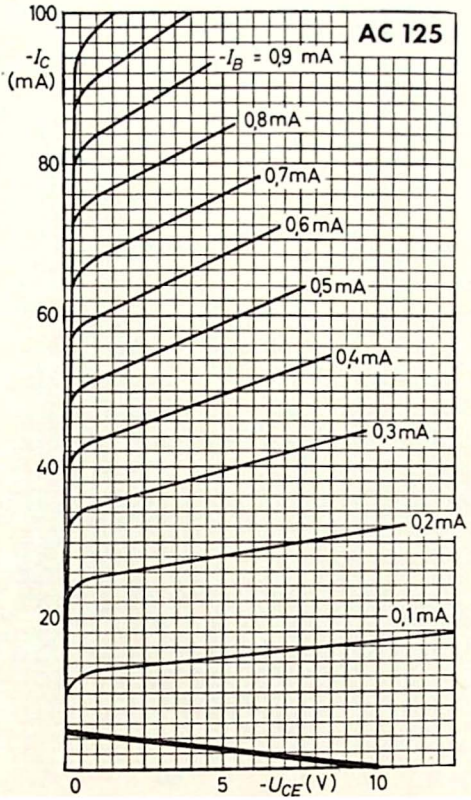
34.3.1 *Eintragen der R_L-Geraden*

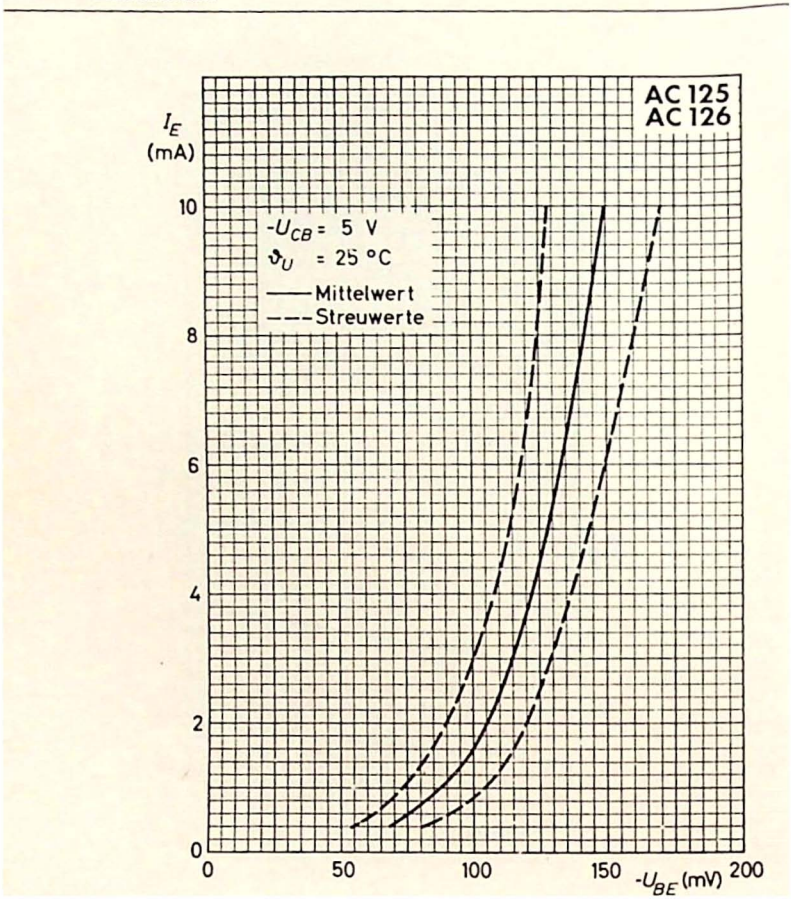


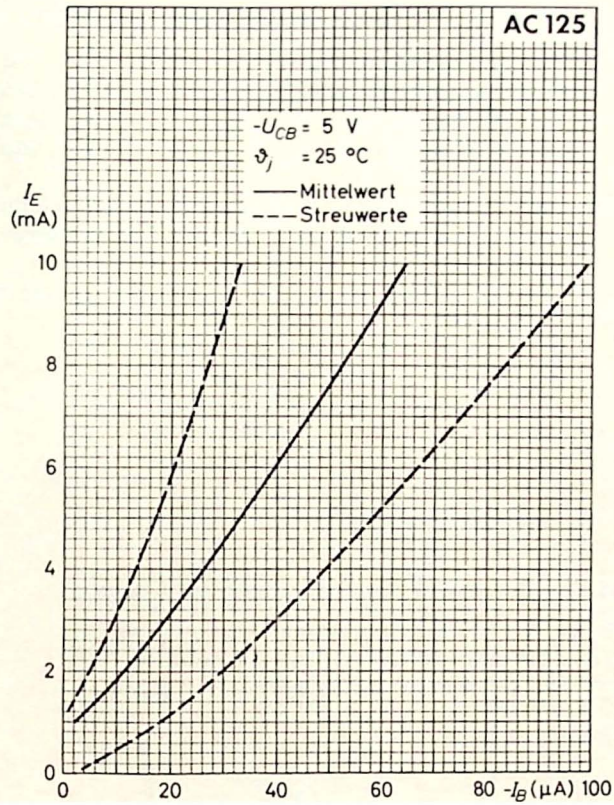
Punkt 1 : $U_{CE} = U$; $I_C = 0$ (Transistor gesperrt)

Punkt 2 : $U_{CE} = 0$; $I_C = \frac{U}{R_L}$ (theoretischer Grenzfall: Widerstand der CE-Strecke = 0)

Punkt 1 mit Punkt 2 verbinden!


AC 125
100
$-I_C$ (mA)
80
60
40
20
$-I_B$ = 0,9 mA
0,8 mA
0,7 mA
0,6 mA
0,5 mA
0,4 mA
0,3 mA
0,2 mA
0,1 mA
0
5
$-U_{CE}$ (V)
10


AC 125
AC 126
I_E
(mA)
$-U_{CB}$ = 5 V
ϑ_U = 25 °C
Mittelwert
Streuwerte
10
8
6
4
2
0
0
50
100
150
200
$-U_{BE}$ (mV)


AC 125
$-U_{CB}$ = 5 V
ϑ_j = 25 °C
Mittelwert
Streuwerte
I_E (mA)
10
8
6
4
2
0
0
20
40
60
80
$-I_B$ (µA)
100

Größe		Einheit	
U	Betriebsspannung	V	Volt
U_{CE}	Spannung Kollektor-Emitter	V	Volt
I_C	Kollektorstrom	A	Ampere
R_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm

Beispiel Der Transistor AC 125 arbeitet in Emitterschaltung mit dem Lastwiderstand $R_L = 2\,\text{k}$ an der Betriebsspannung $U = 10\,\text{V}$.
Die R_L-Gerade ist in das Kennlinienfeld einzutragen! (Seite 249)

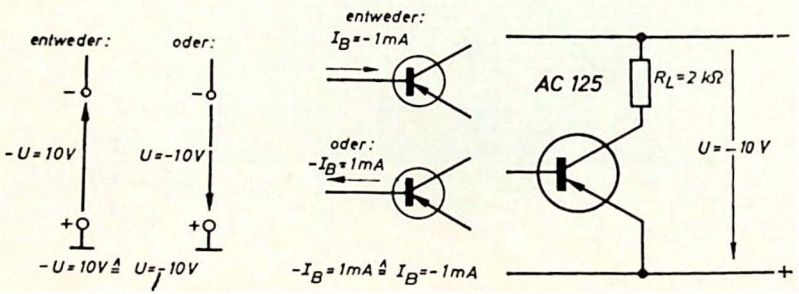
Punkt 1 : $U_{CE} = U = 10\,\text{V}; \quad I_C = 0$

Punkt 2 : $U_{CE} = 0; \quad I_C = \dfrac{U}{R_L} = \dfrac{10\,\text{V}}{2 \cdot 10^3\,\Omega}$

$$= \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2}\,\text{A} = 5\,\text{mA}$$

Punkte verbinden!

34.3.2 *Darstellung von Spannungen und Strömen*



34.3.3 *Spannungsverstärkung*

$$V_u = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta U_{BE}}$$

$$\Delta U_{CE} = \Delta I_C \cdot R_L$$

$$V_u = \frac{\Delta I_C \cdot R_L}{\Delta U_{BE}}$$

ΔI_C und ΔU_{BE} sind dem I_E-U_{BE}-Feld zu entnehmen ($I_C \approx I_E$)

Größe		Einheit	
V_u	Spannungsverstärkung	Verhältnisgröße	
U_{BE}	Spannung Basis-Emitter	V	Volt
U_{CE}	Spannung Kollektor-Emitter	V	Volt
I_C	Kollektorstrom	A	Ampere
R_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm

Beispiel Der Arbeitspunkt des Transistors AC 125 liegt bei $-U_{CE} = 5$ V; $-I_C = 2{,}5$ mA; $-U_{BE} = 110$ mV.
Der Lastwiderstand $R_L = 2$ kΩ.
Die Spannungsverstärkung ist zu berechnen!
Im I_E-U_{BE}-Feld sind zwei Punkte zu wählen (Seite 250). Die Wirkung der Kollektorspannungsänderung auf I_C und I_B kann vernachlässigt werden (Pentodencharakteristik).

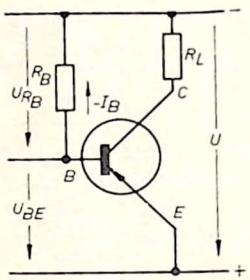
Punkt 1 : $-U_{BE} = 105$ mV; $-I_C = 2$ mA
Punkt 2 : $-U_{BE} = 115$ mV; $-I_C = 3$ mA

$\Delta U_{BE} = 10$ mV; $\Delta I_C = 1$ mA

$$V_u = \frac{\Delta I_C \cdot R_L}{\Delta U_{BE}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\,\text{A} \cdot 2 \cdot 10^{3}\,\Omega}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{V}} = \frac{2 \cdot 10^{3}}{10} = \mathbf{200}$$

34.3.4 *Basiswiderstand* R_B

Die Basis muß gegen den Emitter negatives Potential erhalten, um einen Basisstrom und dadurch einen Kollektorstrom zu ermöglichen.



Basiswiderstand R_B

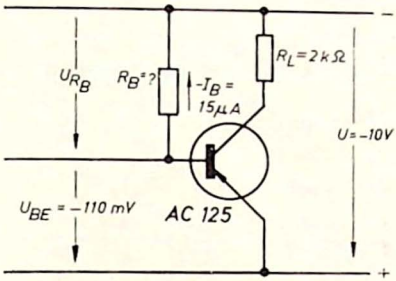
$$R_B = \frac{U - U_{BE}}{I_B}$$

Größe		Einheit		
R_B	Basiswiderstand	Ω	Ohm	
U	Betriebsspannung	V	Volt	
U_{BE}	Spannung Basis-Emitter	V	Volt	im Arbeitspunkt
I_B	Basisstrom	A	Ampere	im Arbeitspunkt

Beispiel Für den Transistor AC 125 ist der Basiswiderstand zu berechnen (Abb. Seite 255)!
Arbeitspunkt (Kennlinienfelder Seiten 249-251)

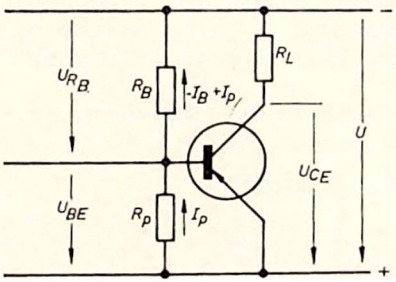
$-U_{CE} = 5\ \text{V}; \quad -I_C = 2{,}5\ \text{mA}$
$-U_{BE} = 110\ \text{mV}; \quad -I_B = 15\ \mu\text{A}$

$$R_B = \frac{U - U_{BE}}{I_B} = \frac{10\ \text{V} - 0{,}11\ \text{V}}{15 \cdot 10^{-6}\ \text{A}} = \frac{9{,}89 \cdot 10^6}{15}\,\Omega \approx \mathbf{660\ k\Omega}$$



34.3.5 *Basis-Spannungsteiler*

I_P ist in mehrfacher Stärke von I_B zu wählen.



Parallelwiderstand R_p

$$R_p = \frac{U_{BE}}{I_p}$$

Basiswiderstand R_B wird von I_p und I_B durchflossen.

$$U_{R_B} = U - U_{BE}$$

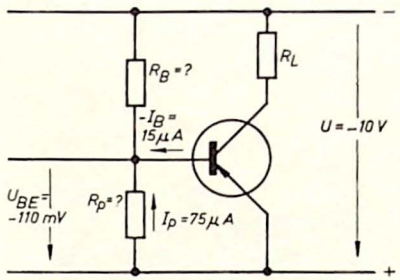
$$R_B = \frac{U - U_{BE}}{I_p + I_B}$$

Größe		Einheit		
R_B	Basiswiderstand	Ω	Ohm	
R_p	Parallelwiderstand	Ω	Ohm	
U	Betriebsspannung	V	Volt	
U_{BE}	Spannung Basis-Emitter	V	Volt	} im Arbeitspunkt
I_B	Basisstrom	A	Ampere	} im Arbeitspunkt
I_p	Parallelstrom durch R_p	A	Ampere	

Beispiel Für die nebenstehende Schaltung sind R_p und R_B zu berechnen!

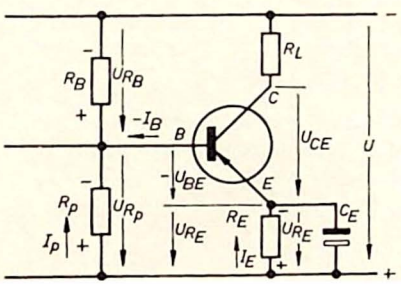
$I_p = 75\,\mu A$ (gewählt)

$$R_p = \frac{U_{BE}}{I_p} = \frac{110 \cdot 10^{-3}\,V}{75 \cdot 10^{-6}\,A} = \frac{110 \cdot 10^3}{75}\,\Omega \approx \mathbf{1{,}5\ k\Omega}$$



$$R_B = \frac{U - U_{BE}}{I_p + I_B} = \frac{10\ \text{V} - 0{,}11\ \text{V}}{(75+15)\cdot 10^{-6}\ \text{A}} = \frac{9{,}89\cdot 10^6}{90}\,\Omega \approx \mathbf{110\,k\Omega}$$

34.3.6 *Stabilisierung mit Emitterwiderstand und Basis-Spannungsteiler*



Die Spannung U_{R_E} oder der Widerstand R_E ist zu wählen. (üblich R_E von $0{,}1 \cdot R_L$ bis $0{,}5 \cdot R_L$)

Emitterwiderstand R_E

$$R_E = \frac{U_{B_E}}{I_E} \qquad I_E \approx I_C$$

Parallelwiderstand R_p

Die Spannung Basis-Emitter U_{BE} ist gleich der Differenz der Spannungen an R_p und R_E.

$$U_{BE} = U_{R_p} - U_{R_E};\ U_{R_p} = U_{BE} + U_{R_E}$$

$$R_p = \frac{U_{BE} + U_{R_E}}{I_p}$$

I_p ist zu wählen
(siehe auch Seite 255)

Basiswiderstand R_B

$$R_B = \frac{U - U_{Rp}}{I_p + I_B}$$

Emitterkondensator C_E (nicht in Leistungsstufen)
C_E soll die Gegenkopplung vermindern.
Blindwiderstand X_{C_E} darf für die untere Grenzfrequenz etwa ein Zehntel des Emitterwiderstands R_E betragen.

$$X_{C_E} \approx \frac{R_E}{10}$$

$$C_E \approx \frac{10}{\omega \cdot R_E} \quad \text{oder} \quad C_E \approx \frac{10}{2\pi \underset{\sim}{f} \cdot R_E}$$

Größe		Einheit	
R_E	Emitterwiderstand	Ω	Ohm
R_p	Parallelwiderstand	Ω	Ohm
R_B	Basiswiderstand	Ω	Ohm
U_{BE}	Spannung Basis-Emitter	V	Volt
U_{R_E}	Spannung am Emitterwiderstand	V	Volt
U_{R_p}	Spannung am Parallelwiderstand	V	Volt
I_E	Emitterstrom	A	Ampere
I_B	Basisstrom	A	Ampere
I_p	Parallelstrom	A	Ampere
C_E	Emitterkondensator	F	Farad
$\underset{\sim}{f}$	untere Grenzfrequenz	Hz	Hertz

Beispiel Für die folgende Schaltung sollen R_E, C_E, R_p und R_B berechnet werden! Untere Grenzfrequenz = 100 Hz.

$$\left.\begin{aligned} U_{R_E} &= 1\ \text{V} \\ I_p &= 75\ \mu\text{A} \end{aligned}\right\} \text{gewählt}$$

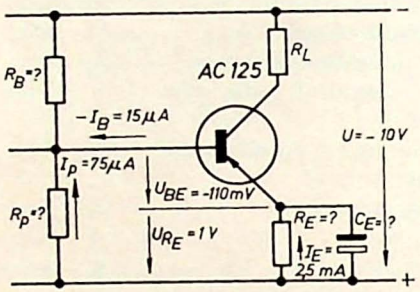
Arbeitspunkt : $-I_B = 15\ \mu\text{A}, -U_{BE} = 110\ \text{mV}$,
$I_E = 2{,}5\ \text{mA}$ (Kennlinien Seiten 249-251)

Emitterwiderstand R_E

$$R_E = \frac{U_{R_E}}{I_E} = \frac{1\ \text{V}}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{1000}{2{,}5}\,\Omega = \mathbf{400\ \Omega}$$

Emitterkondensator C_E

$$C_E = \frac{10}{2\pi f \cdot R_E} = \frac{10}{6{,}28 \cdot 100\ \text{Hz} \cdot 400\,\Omega} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{0{,}25}\,\text{F} = \mathbf{40\ \mu F}$$



Parallelwiderstand R_p

$$R_p = \frac{U_{BE} + U_{R_E}}{I_p} = \frac{0{,}11\ \text{V} + 1\ \text{V}}{75 \cdot 10^{-6}\ \text{A}} = \frac{1{,}11 \cdot 10^6}{75}\,\Omega$$

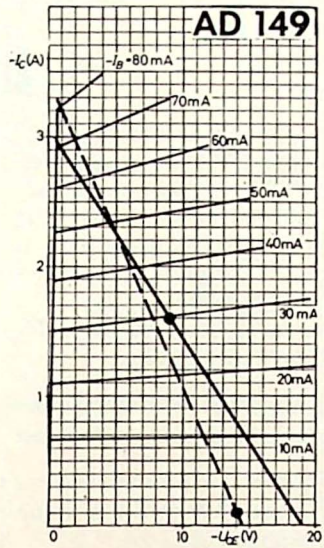
$$= \frac{1110 \cdot 10^3}{75}\,\Omega = \mathbf{14{,}8\ k\Omega}$$

Basiswiderstand R_B

$$R_B = \frac{U - U_{R_p}}{I_p + I_B} = \frac{10\ \text{V} - 1{,}11\ \text{V}}{(75+15) \cdot 10^{-6}\ \text{A}}$$

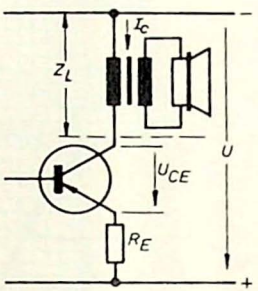
$$= \frac{8{,}89 \cdot 10^6}{90}\,\Omega \approx \mathbf{100\ k\Omega}$$

34.3.7 *NF-Endstufen*



Durchgezogene Lastwiderstandsgerade für Eintakt-Endstufe (Seite 262)
Gestrichelte Lastwiderstandsgerade für Gegentakt-B-Endstufe (Seite 264)

34.3.7.1 *Eintakt — Endstufen*



Die Berechnung erfolgt im Prinzip wie bei der Röhre (siehe EL 34, Seite 228).
Der Arbeitspunkt ist zu bestimmen.
U_{CE} ist etwa um 10% kleiner als U durch den Spannungsabfall am Gleichwiderstand der Primärwicklung und an R_E.
I_C wird im allgemeinen in die Mitte des aussteuerbaren Bereichs des I_C-U_{CE}-Feldes gelegt (siehe Trans. AD 149, Seite 261).

Die Lastwiderstandsgerade wird durch den Arbeitspunkt so in das Kennlinienfeld gelegt, daß die Verzerrungen gering bleiben.
Lastwiderstand Z_L

$$Z_L = \frac{U_{cem}}{I_{cm}}$$

Höchste Ausgangsleistung $P_{0\,max}$, gegeben bei Vollaussteuerung :
$P_{0\,max}$ ist gleich dem halben Produkt aus den Maximalwerten von Kollektorwechselstrom I_{cm} und Kollektor-Emitter-Wechselspannung U_{cem}.

$$P_{0\,max} = \frac{I_{cm} \cdot U_{cem}}{2}$$

Größe		Einheit	
U	Betriebsspannung	V	Volt
U_{CE}	Spannung Kollektor-Emitter im Arbeitspunkt	V	Volt
U_{cem}	Maximalwert der Wechselspannung Kollektor-Emitter	V	Volt
I_C	Kollektorstrom im Arbeitspunkt	A	Ampere
I_{cm}	Maximalwert des Kollektorwechselstroms	A	Ampere
Z_L	Lastwiderstand	Ω	Ohm
$P_{0\,max}$	Ausgangsleistung bei Vollaussteuerung	W	Watt

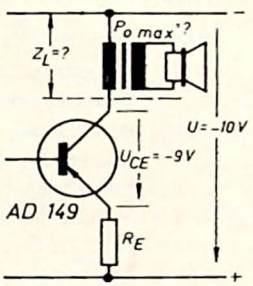
Beispiel

Für den Transistor AD 149 sind bei der Betriebsspannung $U = 10$ V der Lastwiderstand Z_L und die Leistung $P_{0\,max}$ zu ermitteln!

Arbeitspunkt (Kennlinienfeld Seite 261)

$-U_{CE} \approx 0{,}9 \cdot U = 0{,}9 \cdot 10\,V = 9\,V$

$-I_C = 1{,}6$ A (gewählt)



Aussteuerungsendpunkt (gewählt):

$-U_{ce1} = 1\ \text{V};\ -I_{c1} = 1\ 2{,}9\ \text{A}$
$U_{cem} = U_{CE} - U_{ce1} = 9\ \text{V} - 1\ \text{V} = 8\ \text{V}$
$I_{cm} = I_{c1} - I_C = 2{,}9\ \text{A} - 1{,}6\ \text{A} = 1{,}3\ \text{A}$

Die Verbindung von Arbeitspunkt und Aussteuerungsendpunkt ergibt die Lastwiderstandsgerade (ausgezogene Linie im Kennlinienfeld der AD 149, Seite 261).

Lastwiderstand Z_L

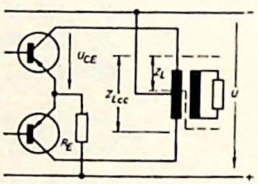
$$Z_L = \frac{U_{cem}}{I_{cm}} = \frac{8\ \text{V}}{1{,}3\ \text{A}} = \mathbf{6{,}15\ \Omega}$$

Ausgangsleistung bei Vollaussteuerung $P_{0\,max}$

$$P_{0\,max} = \frac{U_{cem} \cdot I_{cm}}{2} = \frac{8\ \text{V} \cdot 1{,}3\ \text{A}}{2} \approx \mathbf{5{,}6\ W}$$

34.3.7.2 *Gegentakt — B-Verstärker*

Wichtig ist die Wahl des Arbeitspunktes (Herstellerdaten beachten!).
Aus einem der beiden identischen I_C-U_{CE}-Felder ist die Schaltung zu berechnen.
Vergleiche auch mit Seite 228ff.: Röhren-Endstufen!
Lastwiderstand Z_L *eines* Transistors



$$Z_L = \frac{U_{cem}}{I_{cm}}$$

Gesamtlastwiderstand Z_{Lcc}

$$Z_{Lcc} = 4 \cdot Z_L$$

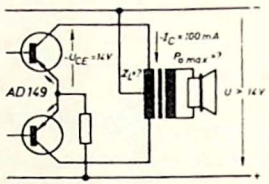
Durch die doppelte Windungszahl ergibt sich der vierfache Anpassungswiderstand, jedoch wirkt bei jeder Halbwelle der Steuerspannung nur eine Wicklungshälfte.

Maximale Ausgangsleistung $P_{0\,max}$

$$P_{0\,max} = \frac{U_{cem} \cdot I_{cm}}{2}$$

Größe		Einheit
Z_L	Lastwiderstand eines Transistors	Ω Ohm
Z_{Lcc}	Widerstand von Kollektor zu Kollektor	Ω Ohm
U_{cem}	Maximalwert der Wechselspannung Kollektor-Emitter	V Volt
I_{cm}	Maximalwert des Kollektorwechselstroms	A Ampere
$P_{0\,max}$	Ausgangsleistung bei Vollaussteuerung	W Watt

Beispiel Zwei Transistoren AD 149 sollen im Gegentakt mit $-U_{CE} = 14$ V betrieben werden.
Arbeitspunkt und Aussteuerungsendpunkt sind zu wählen, Lastwiderstand Z_L und Maximalleistung $P_{0\,max}$ zu berechnen!



Arbeitspunkt (Kennlinienfeld Seite 261)

AP : $-U_{CE} = 14$ V; $\quad -I_{CE} = 100$ mA

Aussteuerungs-Endpunkt :

$-U_{CE} = 1$ V; $-I_C = 3{,}2$ A

Die Verbindungslinie beider Punkte ergibt die gestrichelte Lastwiderstandsgerade des Kennlinienfeldes.

Maximalwerte : $U_{cem} = 14\text{ V} - 1\text{ V} = 13\text{ V}$

$I_{cm} = 3{,}2\text{ A} - 0{,}1\text{ A} = 3{,}1\text{ A}$

Lastwiderstand Z_L

$$Z_L = \frac{U_{cem}}{I_{cm}} = \frac{13\text{ V}}{3{,}1\text{ A}} \approx \mathbf{4\,\Omega}$$

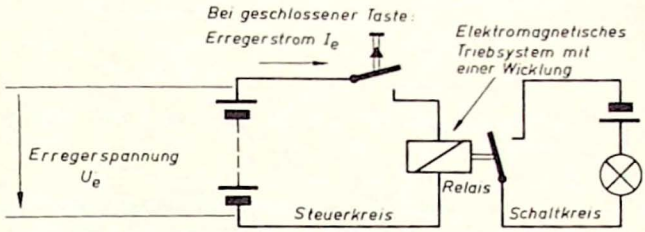
Lastwiderstand von Kollektor zu Kollektor Z_{Lcc}

$$Z_{Lcc} = 4 \cdot Z_L = 4 \cdot 4\,\Omega = \mathbf{16\,\Omega}$$

Maximalleistung bei Vollaussteuerung $P_{0\,max}$

$$P_{0\,max} = \frac{U_{cem} \cdot I_{cm}}{2} = \frac{13\text{ V} \cdot 3{,}1\text{ A}}{2} \approx \frac{40}{2}\text{ W} = \mathbf{20\text{ W}}$$

3.1 Allgemeine Berechnungen



Magnetische Relais schalten bei der Ansprechdurchflutung Θ_{an}. Die Ansprechdurchflutung eines Relais' hängt vor allem von der Kontaktbestückung ab und ist gleich dem Produkt von Ansprechstrom I_{an} und Windungszahl N der Erregerspule.

Ansprechdurchflutung

$$\Theta_{an} = I_{an} \cdot N$$

Θ_{an} ist für die geforderte Kontaktbestückung den Datenblättern des Relais zu entnehmen.

In der Praxis wählt man zur Erhöhung der Schaltsicherheit eine um ca 30% höhere Erregerdurchflutung Θ_e, auch *Betriebsdurchflutung* genannt.

$$\Theta_e \approx 1{,}3 \cdot \Theta_{an}$$

Faktor 1,2 bis 1,5

Der *Erregerstrom* I_e ist gleich dem Quotienten aus Erregerdurchflutung Θ_e und Windungszahl N.

$$I_e = \frac{\Theta_e}{N}$$

$$N = \frac{\Theta_e}{I_e} \qquad \Theta_e = I_e \cdot N$$

Die *Erregerspannung* U_e ist gleich dem Produkt von Erregerstrom I_e und Spulen-Gleichwiderstand R_L.

$$U_e = I_e \cdot R_L$$

Die Erregerleistung P_e läßt sich aus zwei der drei Größen U_e, I_e und R_L errechnen.

$$P_e = U_e \cdot I_e \qquad P_e = I_e^2 \cdot R_L \qquad P_e = \frac{U_e^2}{R_L}$$

Größe		Einheit	
Θ_{an}	Ansprechdurchflutung	A	Ampere
Θ_e	Erregerdurchflutung, Betriebsdurchflutung	A	Ampere
I_e	Erregerstrom	A	Ampere

U_e	Erregerspannung	V	Volt
P_e	Erregerleistung	W	Watt
R_L	Gleichwiderstand der Erregerspule	Ω	Ohm
N	Windungszahl der Erregerspule		

Beispiele 1. Ein Relais benötigt die Ansprechdurchflutung $\Theta_{an} = 200$ A.
Die Erregerspule hat bei der Windungszahl $N = 1960$ einen Gleichwiderstand von 32 Ohm.
Erregerstrom I_e und Erregerspannung U_e sind zu berechnen!
Es ist zu prüfen, ob die zulässige Belastung von $P_e = 3$ Watt nicht überschritten wird!

Erregerdurchflutung

$$\Theta_e = 1{,}3 \cdot \Theta_{an} = 1{,}3 \cdot 200 \text{ A} = 260 \text{ A}$$

Erregerstrom

$$I_e = \frac{\Theta_e}{N} = \frac{260 \text{ A}}{1960 \text{ Wdg}} = 0{,}1327 \text{ A} \approx 0{,}133 \text{ A} = \mathbf{133 \text{ mA}}$$

Erregerspannung

$$U_e = I_e \cdot R_L = 0{,}133 \text{ A} \cdot 32\,\Omega = \mathbf{4{,}25 \text{ V}}$$

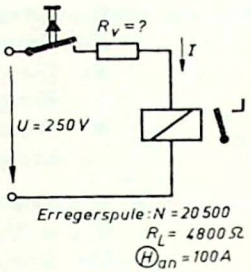
gewählt : $U_e = 6$ Volt

Erregerleistung

$$P_e = \frac{U_e^2}{R_L} = \frac{6^2 \text{ V}^2}{32\,\Omega} = \frac{36}{32} \text{ W} = \mathbf{1{,}125 \text{ W}}$$

Die zulässige Belastung von $P_e = 3$ W wird nicht erreicht.

2. In der nebenstehenden Schaltung wird derjenige Wert für R_v gesucht, der das Relais sicher ansprechen läßt.
Welche Belastbarkeitsstufe ist für R_v zu wählen?



Erregerdurchflutung

$$\Theta_e = 1{,}3 \cdot \Theta_{an} = 1{,}3 \cdot 100\ \text{A} = 130\ \text{A}$$

Erregerstrom

$$I_e = \frac{\Theta_e}{N} = \frac{130\ \text{A}}{20\,500} = \frac{130 \cdot 10^{-3}}{20{,}5}\ \text{A} = 6{,}35\ \text{mA}$$

Gesamtwiderstand

$$R_g = \frac{U}{I_e} = \frac{250\ \text{V}}{6{,}35 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{6{,}35}\ \Omega = 39{,}4\ \text{k}\Omega$$

Vorwiderstand

$$R_v = R_g - R_L = (39{,}4\ \text{k}\Omega - 4{,}8\ \text{k}\Omega) = \mathbf{34{,}6\ k\Omega}$$

Belastbarkeit

$$P_{R_v} = I_e^2 \cdot R_v = 6{,}35^2 \cdot 10^{-6} \cdot 34{,}6 \cdot 10^3\ \text{W} = 40 \cdot 34{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{W} = 1{,}38\ \text{W}$$

gewählt: $P_{R_v} = \mathbf{2\ W}$

35.2 Berechnungen nach Herstellerdaten

In der Praxis lassen sich Relaisschaltungen nur mit Hilfe von Herstellerdaten berechnen. Die Tabellen 1 und 2 sowie das Diagramm nennen die wichtigsten Merkmale des Relais *T rls 6* (Siemens).

Belastbarkeit $P_{max} = 3$ W

Tabelle 1 : Ankerbelastung für verschiedene Kontaktbestückungen (Auszug)

Schalt-leistung W	Schalt-spannung max V	Schalt-strom max A	Nr.	Kontaktart (DIN 41020)	Hub * mm	Ankerbelastung F_{Ank} in p
30	380 ~ / 400 –	1	1	1	0,6	48
			2	1–1	0,6	106
			3	2	0,6	32
			4	21	0,6	55
			5	21–2	0,6	100
			6	21–1	0,6	105
			7	21–21–1–1	0,6	200
100 bis 200 bis	380 ~ / 40 –	4	8	2–1	0,85	79
			9	21–21–21	0,95	200
400 bis 400 bis 200 100	380 ~ / 40 – / 40 bis 60 – / 60 bis 440 –	20	10	21	1,0	130
			11	1	1,0	115
			12	2	1,0	95

* Wird ein Relais mit Kontakten verschiedener Hübe bestückt, ist der jeweils größte Hub bei den Berechnungen einzusetzen.

Schaltzeichen und Bezeichnung der Kontaktarten

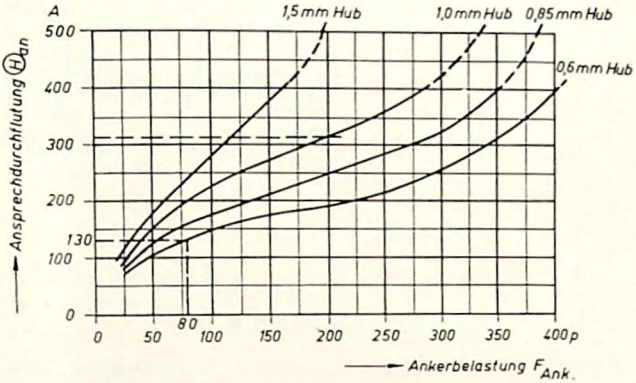
Kontaktart	Bezeichnung (DIN 41020)
Schließer (Arbeitskontakt)	1
Öffner (Ruhekontakt)	2
Wechsler (Umschalter)	21

Tabelle 2 : Spulendaten

Spulendaten				Erregerspannung U_e												
Nr.	R_L in Ω bei 20°C	Windungen	Draht-Φ (mm)	2 V-	3 V-	4 V-	6 V-	8 V-	12 V-	24 V-	36 V-	48 V-	60 V-	80 V-	110 V-	140 V-
1	5 ± 0,5	800	0,35	247	370	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	20 ± 2	1570	0,25	121	182	242	365	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3	32 ± 3,2	1960	0,22	95	142	189	283	378	–	–	–	–	–	–	–	–
4	65 ± 6,5	2750	0,18	–	98	139	196	261	392	–	–	–	–	–	–	–
5	120 ± 12	3600	0,15	–	–	93	138	185	278	–	–	–	–	–	–	–
6	220 ± 22	4850	0,13	–	–	–	101	136	204	407	–	–	–	–	–	–
7	400 ± 40	6400	0,11	–	–	–	–	99	148	297	–	–	–	–	–	–
8	600 ± 60	7850	0,10	–	–	–	–	81	121	242	365	–	–	–	–	–
9	900 ± 90	9550	0,09	–	–	–	–	–	98	198	295	393	–	–	–	–
10	1380 ± 140	11700	0,08	–	–	–	–	–	–	157	236	313	393	–	–	–
11	2000 ± 200	13500	0,07	–	–	–	–	–	–	125	188	250	313	–	–	–
12	4800 ± 720	20500	0,05 0,06	–	–	–	–	–	–	–	113	151	189	253	346	–
13	8200 ± 1230	27500	0,05	–	–	–	–	–	–	–	89	118	148	198	273	372

Erregerdurchflutung Θ_e in A

Diagramm : Ansprechdurchflutung, Abhängigkeit von der Kontaktbestückung. Hub. = Parameter



Beispiele 1. Ein Relais *T* rls 6 mit 3 Schaltkreisen (siehe Schaltung) wird an der Erregerspannung $U_e = 24$ V betrieben.
Welche Erregerspule ist zu wählen?
Erregerstrom- und Erregerleistung sind zu berechnen!

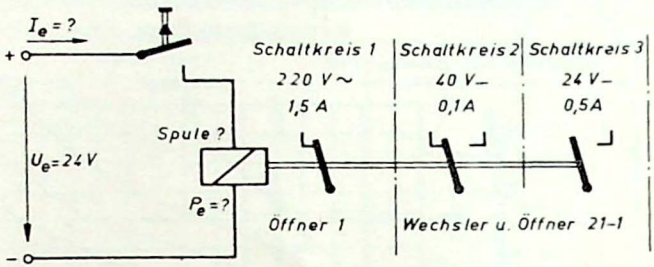
a) Kontaktbestückung

Schaltkreis 1: 220 V~/1,5 A

Schaltleistung $P_1 = U_1 \cdot I_1 = 220\ \text{V} \cdot 1{,}5\ \text{A} = 330\ \text{W}$

Als Öffner (Ruhekontakt), Kontaktart 2, ist Nr. 10 der Tabelle 1 zu wählen

Hub = 1 mm; Ankerbelastung $F_{\text{Ank1}} = 95$ p



Schaltkreis 2: 40 V–/0,1 A

Schaltleistung $P_2 = U_2 \cdot I_2 = 40\ \text{V} \cdot 0{,}1\ \text{A} = 4\ \text{W}$

Schaltkreis 3: 24 V–/0,5 A

Schaltleistung $P_3 = U_3 \cdot I_3 = 24\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 12\ \text{W}$

Schaltkreise 2 und 3, Wechsler u. Schließer, werden in der Kontaktbestückung Nr. 6 zusammengefaßt (Kontaktart 21-1)

Hub = 0,6 mm; Ankerbelastung $F_{\text{Ank2,3}} = 105$ p

1.1 Höchster Hub = 1 mm

1.2 Summe der Ankerbelastungen $F_{\text{Ank}} = F_{\text{Ank1}} + F_{\text{Ank2,3}}$
$= 95\ \text{p} + 105\ \text{p} = 200\ \text{p}$

b) Im Θ_{an}–F_{Ank}–Diagramm (Seite 273) ist bei 1 mm Hub und $F_{\text{Ank}} = 200$ p die erforderliche Ansprechdurchflutung Θ_{an} abzulesen (im Diagramm eingetragen).

2.1 $\Theta_{\text{an}} = 310$ A

c) Erregerdurchflutung errechnen :

3.1 $\Theta_e = 1{,}3 \cdot \Theta_{an} = 1{,}3 \cdot 310\ A = 403\ A$

d) In der Tabelle 2 steht unter der Erregerspannung $U_e = 24$ V als oberster Wert eine Erregerdurchflutung von $\Theta_e = 407$ A. Sie liegt nur leicht über dem erforderlichen Wert.
Die zugehörige Spule Nr. 6 hat folgende Daten :
Gleichwiderstand $R_L = \mathbf{220\ \Omega}$
Windungszahl $N = \mathbf{4850}$

Erregerstrom

$$I_e = \frac{U_e}{R_L} = \frac{24\ V}{220\,\Omega} \approx \mathbf{0{,}11\ A}$$

Erregerleistung

$$P_e = U_e \cdot I_e = 24\ V \cdot 0{,}11\ A = \mathbf{2{,}64\ W}$$

2. Ein Relais T rls 6 trägt die Schwachstrom-Kontaktbestükkung Nr. 1 (Kontaktart 1) und Nr. 3 (Kontaktart 2).
Schließer Nr. 1 soll im Schaltkreis 1 die Schaltspannung 220 V~ schalten, Öffner Nr. 3 im Schaltkreis 2 die Schaltspannung 110 V–.
Welches sind die höchstzulässigen Schaltstromstärken in den beiden Schaltkreisen?
Die Erregerspule hat die Daten : Windungszahl $N = 1570$ und Gleichwiderstand $R_L = 20\,\Omega$.
Welche Erregerspannung ist erforderlich?

Höchste Schaltströme 1 und 2.
Nach Tabelle 1 sind die Kontakte 1-7 mit der Schaltleistung von 30 W belastbar.

$$\text{Schaltstrom } I_{1_{max}} = \frac{P_{1_{max}}}{U_1} = \frac{30\,\text{W}}{220\,\text{V}} \approx \mathbf{135\,mA}$$

$$\text{Schaltstrom } I_{2_{max}} = \frac{P_{2_{max}}}{U_2} = \frac{30\,\text{W}}{110\,\text{V}} \approx \mathbf{270\,mA}$$

Zur Ermittlung der Erregerspannung ist etwa der gleiche Weg wie auf Seiten 273-274 einzuhalten.

a) In Tabelle 1 sind für die gegebene Schwachstrom-Kontaktbestückung (Nr. 1 und 3) Hub und Ankerbelastung zu suchen.

1.1 Hub = 0,6 mm
1.2 Summe der Ankerbelastungen $F_{Ank} = F_{Ank1} + F_{Ank3}$
$= 48\,p + 32\,p = 80\,p$

b) Im Θ_{an}–F_{Ank}–Diagramm ist bei $F_{Ank} = 80$ p und dem Hub = 0,6 mm die Ansprechdurchflutung Θ_{an} abzulesen (im Diagramm Seite 273 eingetragen).

2.1 $\Theta_{an} = 130$ A

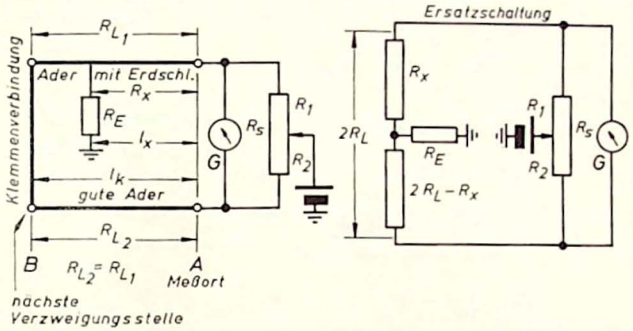
c) Erreger(Betriebs)durchflutung berechnen!

3.1 $\Theta_e = 1{,}3 \cdot \Theta_{an} = 1{,}3 \cdot 130\,A = 169\,A$

d) Die gegebene Relaisspule ist in der Tabelle 2 unter Nr. 2 aufgeführt : $N = 1570$; $R_L = 20\,\Omega$. Gewählt wird die Erregerdurchflutung $\Theta_e = 182$ A bei der Erregerspannung $U_e = 3$ V.
Erregerspannung $U_e = \mathbf{3\,V}$

Um unnötige Grabearbeiten zu vermeiden, ist die Lage von Fehlerstellen in Erdkabeln möglichst genau zu bestimmen. Hierzu dienen verschiedene Meßverfahren, die alle eine Brückenschaltung verwenden.

36.1 Verfahren bei großen Kabellängen



G = Galvanometer
R_S = Stellwiderstand der Meßbrücke
R_E = Widerstand zwischen Ader und Erde

Die Widerstände der Meßleitungen müssen zu vernachlässigen sein!
Bei abgeglichener Brückenschaltung ist das Galvanometer stromlos :

$$\frac{R_x}{2 \cdot R_L - R_x} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{oder} \quad \frac{R_x}{2 \cdot R_L} = \frac{R_1}{R_s}$$

$$R_x = 2 \cdot R_L \cdot \frac{R_1}{R_s}$$

Die Fehlerstrecke l_x vom Meßort bis zur schadhaften Kabelstelle steht zur doppelten Kabellänge $2\,l_k$ im gleichen Verhältnis wie R_x zu $2 \cdot R_L$ und wie R_1 zu R_s.

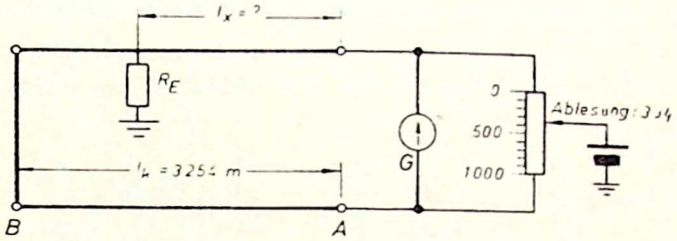
$$\frac{l_x}{2 \cdot l_k} = \frac{R_x}{2 \cdot R_L} = \frac{R_1}{R_s}$$

Fehlerstrecke l_x

$$l_x = 2 \cdot l_k \frac{R_1}{R_s} \qquad l_x \text{ in m}$$

Größe		Einheit
R_L	Widerstand einer Ader	Ω Ohm
R_x	Widerstand der schadhaften Ader vom Meßort zum Fehlerort	Ω Ohm
$R_{1,2}$	Teilwiderstände des Brückenstellwiderstands R_s	Ω Ohm
R_s	Stellwiderstand	Ω Ohm
l_k	Kabellänge	m Meter
l_x	Kabelstrecke vom Meßort zum Fehlerort	m Meter

Beispiel



Ein Fernsprech-Erdkabel hat zwischen den Verzweigungsstellen A und B einen Erdschluß. Die Kabellänge l_k zwischen den Verteilerstellen beträgt 3254 m.

Eine Ader mit Erdschluß und eine gute Ader werden an die Meßbrücke geschaltet. Bei B werden die beiden Adern verbunden.

Skalenteilung des Stellwiderstands von 0-1000

1. Abgleich des Stellwiderstands auf Nullstellung des Galvanometers :

Skalenwert : 334; $\dfrac{R_1}{R_s} = \dfrac{334}{1000}$

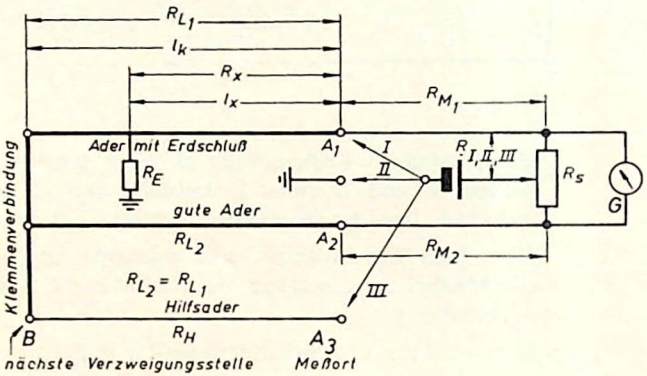
2. Kabelstrecke l_x vom Meßort zum Fehlerort errechnen :

$$l_x = 2 \cdot l_k \cdot \frac{R_1}{R_s} = 2 \cdot 3254 \text{ m} \cdot \frac{334}{1000} = 6{,}508 \cdot 334 \text{ m}$$

$$= \mathbf{2173{,}7 \text{ m}}$$

36.2 Verfahren bei geringen Kabellängen (Dreipunktmessung)

Neben der fehlerhaften Ader R_{L1} müssen noch eine fehlerfreie Ader R_{L2} und eine Hilfsader R_H vorhanden sein.

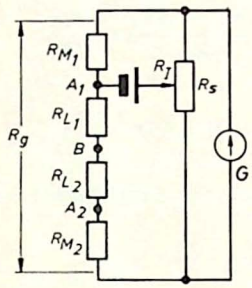


Messung I: R_{M1}

Messung II: $R_{M1} + R_x$

Messung III: $R_{M1} + R_{L1}$

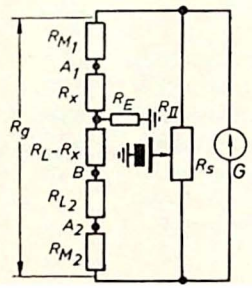
Ersatzschaltungen und Formeln zu den Messungen I, II und III



Messung I

$$\frac{R_{M1}}{R_g} = \frac{R_I}{R_s}$$

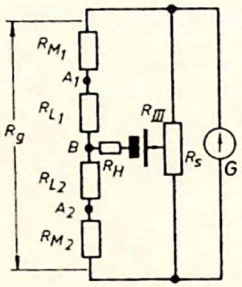
$$R_{M1} = R_g \frac{R_I}{R_s}$$



Messung II

$$\frac{R_{M1} + R_x}{R_g} = \frac{R_{II}}{R_s}$$

$$R_{M1} + R_x = R_g \cdot \frac{R_{II}}{R_s}$$



Messung III

$$\frac{R_{M_1} + R_{L_1}}{R_g} = \frac{R_{III}}{R_s}$$

$$R_{M_1} + R_{L_1} = R_g \cdot \frac{R_{III}}{R_s}$$

Durch Einsetzen ergibt sich die endgültige Formel : I in II und III einsetzen!

II. $R_g \cdot \frac{R_I}{R_s} + R_x = R_g \cdot \frac{R_{II}}{R_s}$ $\qquad R_x = R_g \frac{R_{II}}{R_s} - \frac{R_I}{R_s}$

III. $R_g \cdot \frac{R_I}{R_s} + R_{L_1} = R_g \cdot \frac{R_{III}}{R_s}$ $\qquad R_{L_1} = R_g \frac{R_{III}}{R_s} - \frac{R_I}{R_s}$

II wird durch III geteilt :

$$\frac{R_x}{R_L} = \frac{R_g \frac{R_{II}}{R_s} - \frac{R_I}{R_s}}{R_g \frac{R_{III}}{R_s} - \frac{R_I}{R_s}} \qquad \frac{R_x}{R_L} = \frac{R_{II} - R_I}{R_{III} - R_I}$$

Aderwiderstand bis zum Fehlerort

$$R_x = R_L \cdot \frac{R_{II} - R_I}{R_{III} - R_I}$$

Widerstände und Kabellängen sind proportional. Statt R_x und R_L können deshalb die entsprechenden Längen eingesetzt werden :

$$l_x = l_k \cdot \frac{R_{II} - R_I}{R_{III} - R_I}$$

Für die Widerstände R_I, R_{II} und R_{III} können die Skalenwerte S_I, S_{II} und S_{III} der linearen Skala an R_s eingesetzt werden.

$$l_x = l_k \cdot \frac{S_{II} - S_I}{S_{III} - S_I}$$

Größe		Einheit
$R_{M1,2}$	Widerstände der Meßleitungen	Ω Ohm
$R_{L1,2}$	Widerstände der Adern	Ω Ohm
R_g	Gesamtwiderstand des Meßobjekts einschl. Meßleitungen	Ω Ohm
$R_{I,II,III}$	Teilwiderstände des Stellwiderstands	Ω Ohm
R_s	Stellwiderstand der Meßbrücke	Ω Ohm
$S_{I,II,III}$	Skalenwerte der eingestellten Widerstände $R_{I,II,III}$	
l_x	Strecke zum Fehlerort	m Meter
l_k	Kabellänge	m Meter

Beispiel

Ein Erdkabel von 58,6 m Länge weist einen Erdschluß auf. Die Messungen nach den Schaltungen I, II und III ergeben folgende Werte auf der Skala 0-1000 des Stellwiderstands R_s :

Messung I

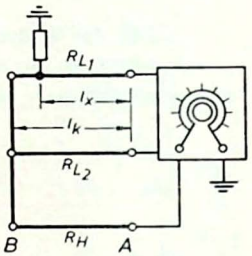
Skalenanzeige $S_I = 18$

Messung II

Skalenanzeige $S_{II} = 312$

Messung III

Skalenanzeige $S_{III} = 493$



R_{L1} und R_{L2} sind gleiche Adern.

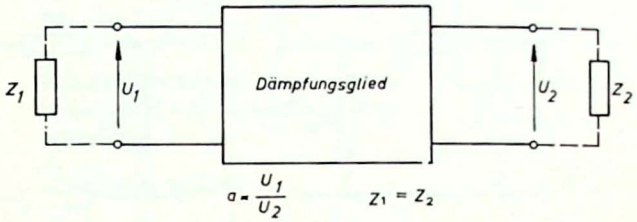
Länge l_x des Kabels vom Meßort bis zur Fehlerstelle :

$$l_x = l_k \cdot \frac{S_{II} - S_I}{S_{III} - S_I} = 58{,}6 \cdot \frac{312 - 18}{493 - 18}\ \text{m}$$

$$l_x = 58{,}6 \cdot \frac{294}{475}\ \text{m} = \mathbf{31{,}3\ m}$$

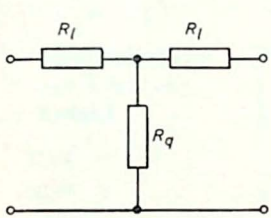
37. Dämpfungsglieder.

Dämpfungsglieder sind Spannungsteiler, angepaßt an gleichgroße Eingangs- und Ausgangswiderstände.
Für alle Dämpfungsglieder gilt folgende Prinzipschaltung :



a) Schaltungen mit *einem* Querwiderstand :

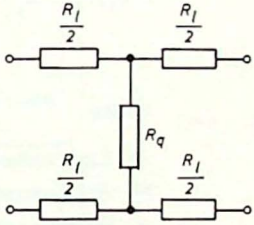
T-Glied (unsymmetrisch)



Längswiderstand

$$R_l = Z \cdot \frac{a-1}{a+1}$$

H-Glied (symmetrisch)

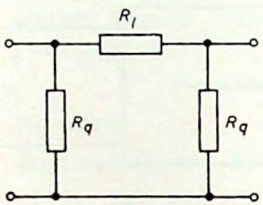


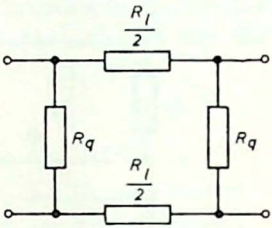
Querwiderstand

$$R_q = Z \cdot \frac{2a}{a^2-1}$$

b) Schaltungen mit *zwei* Querwiderständen

π-Glied (unsymmetrisch) Viereck-Glied (symmetrisch)





Längswiderstand

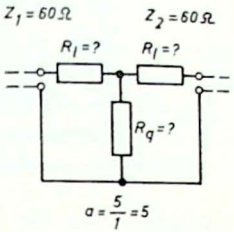
$$R_l = Z \cdot \frac{a^2-1}{2a}$$

Querwiderstand

$$R_q = Z \cdot \frac{a+1}{a-1}$$

Größe		Einheit	
U_1	Eingangsspannung	V	Volt
U_2	Ausgangsspannung	V	Volt
a	Dämpfungsfaktor		Verhältnisgröße
Z_1	Eingangswiderstand	Ω	Ohm
Z_2	Ausgangswiderstand	Ω	Ohm
R_l	Längswiderstand	Ω	Ohm
R_q	Querwiderstand	Ω	Ohm

Beispiele 1. In eine 60 -Koaxial-Stichleitung soll ein Dämpfungsglied geschaltet werden, das die Spannung auf 20% senkt $\left(\frac{U_1}{U_2} = 5\right)$.



Längswiderstände und Querwiderstand des T-Gliedes sind zu berechnen.

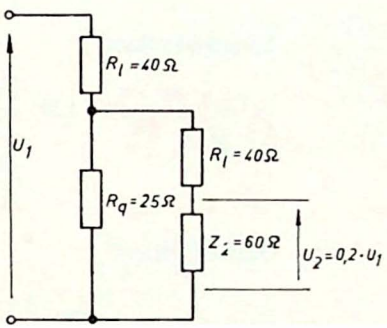
Längswiderstände

$$R_l = Z \cdot \frac{a-1}{a+1} = 60 \cdot \frac{5-1}{5+1}\,\Omega = 60 \cdot \frac{4}{6}\,\Omega = \mathbf{40\ \Omega}$$

Querwiderstand

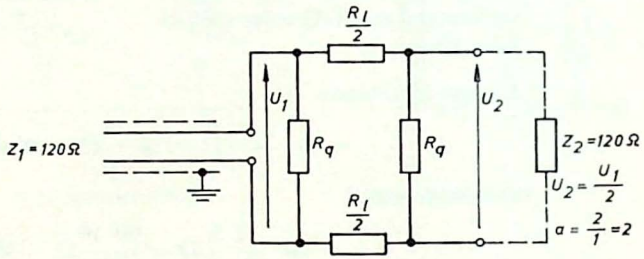
$$R_q = Z \cdot \frac{2a}{a^2-1} = 60 \cdot \frac{2 \cdot 5}{5^2-1}\,\Omega = \frac{60 \cdot 10}{24}\,\Omega = \mathbf{25\ \Omega}$$

Ersatzschaltbild zur Kontrolle



2. Ein symmetrisches 120 Ω-Kabel soll durch ein Dämpfungsglied in Rechteckschaltung abgeschlossen werden, das die Spannung am Ausgangswiderstand Z_2 auf die Hälfte der Eingangsspannung senkt.

   Längs- und Querwiderstände sind zu berechnen.



Längswiderstand

$$R_l = Z \cdot \frac{a^2-1}{2a} = 120 \cdot \frac{2^2-1}{2 \cdot 2}\,\Omega = 120 \cdot \frac{3}{4}\,\Omega = \mathbf{90\ \Omega};$$

$$\frac{R_l}{2} = 45\,\Omega$$

Querwiderstand

$$R_q = Z \cdot \frac{a+1}{a-1} = 120 \cdot \frac{2+1}{2-1}\,\Omega = 120 \cdot \frac{3}{1}\,\Omega = \mathbf{360\ \Omega}$$

Siehe auch : Antennenanlagen Seite 307

Schaltungselemente der Nachrichtentechnik, wie Kabel, Verstärker usw. schwächen (dämpfen) oder verstärken ein elektrisches Signal. Das Rechnen mit Spannungs- oder Leistungsverhältnissen erfordert in größeren Anlagen viele Multiplikationen, oft mit Faktoren weit auseinanderliegender Größenordnungen.
Die logarithmischen Dämpfungs- oder Verstärkungsmaße Dezibel (dB) oder Neper (Np) brauchen nur addiert zu werden und gestatten eine gute Übersicht über die elektrischen Eigenschaften einer Anlage.

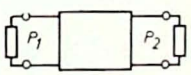
38.1 Dezibel (dB, im Postdienst auch db)

Das Dezibel gibt Leistungsverhältnisse im logarithmischen Maße an. (Basis 10) :

Verstärkung

$$\frac{P_2}{P_1} \mathrel{\hat{=}} 10 \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB}$$

Verstärkender oder dämpfender Vierpol



Dämpfung

$$\frac{P_1}{P_2} \mathrel{\hat{=}} 10 \lg \frac{P_1}{P_2} \text{ dB}$$

Bei dämpfenden Vierpolen ist P_1 größer als P_2.
P_1 wird Zähler, um positive dB-Werte zu erreichen.

$$1\ \text{dB} = \sqrt[10]{10} = 10^{\frac{1}{10}} = 10^{0,1} = 1{,}26; \qquad \boxed{1{,}26^{10} = 10}$$

Leistungsverhältnisse

	Verstärkung	Dämpfung
$10\ \text{dB} = 1{,}26^{10} = 10$	$P_2 = 10 \cdot P_1$	$P_2 = \frac{P_1}{10} = 0{,}1\ P_1$
$20\ \text{dB} = 1{,}26^{20} = 100$	$P_2 = 100 \cdot P_1$	$P_2 = \frac{P_1}{100} = 0{,}01\ P_1$
$30\ \text{dB} = 1{,}26^{30} = 1000$	$P_2 = 1000 \cdot P_1$	$P_2 = \frac{P_1}{1000} = 0{,}001\ P_1$

In der Praxis wird vorzugsweise mit *Spannungsverhältnissen* gerechnet.
Bei *konstantem* Widerstand wirkt sich eine Spannungsänderung quadratisch auf die Leistung aus.

$$P = \frac{U^2}{R}; \qquad U = \sqrt{P \cdot R}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2$$

Das logarithmische Verstärkungs- und Dämpfungsmaß für Spannungs- und Stromverhältnisse wird von den Leistungsverhältnissen abgeleitet.

1 dB entspricht einem Leistungsverhältnis

$$\frac{P_2}{P_1} = 1{,}26$$

1 dB entspricht einem Spannungsverhältnis

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{1{,}26} = 1{,}122$$

1 dB entspricht einem Stromverhältnis

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{1{,}26} = 1{,}122$$

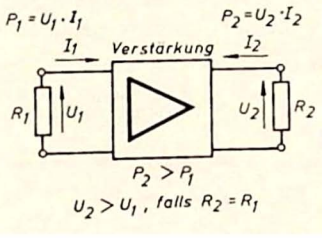
$$1{,}22^{20} = 1{,}26^{10} = 10$$

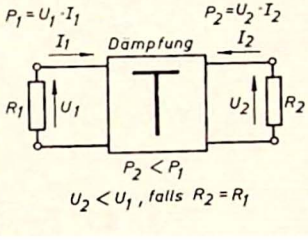
Verstärkung

$$\frac{U_2}{U_1} \triangleq 20 \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ dB}$$

Dämpfung

$$\frac{U_1}{U_2} \triangleq 20 \lg \frac{U_1}{U_2} \text{ dB}$$





Spannungsverhältnisse

	Verstärkung +dB	Dämpfung −dB
10 dB = $1{,}122^{10}$ = 3,16	$U_2 = 3{,}16 \cdot U_1$	$U_1 = \frac{U_1}{3{,}16} = 0{,}316 \cdot U_1$
20 dB = $1{,}122^{20}$ = 10	$U_2 = 10 \cdot U_1$	$U_2 = \frac{U_1}{10} = 0{,}1 \cdot U_1$
30 dB = $1{,}122^{30}$ = 31,6	$U_2 = 31{,}6 \cdot U_1$	$U_2 = \frac{U_1}{31{,}6} = 0{,}0316 \cdot U_1$
40 dB = $1{,}122^{40}$ = 100	$U_2 = 100 \cdot U_1$	$U_2 = \frac{U_1}{100} = 0{,}01 \cdot U_1$

Zwischenwerte sind der dB-Tabelle für Spannungsverhältnisse zu entnehmen (Seite 314).

Bei mehreren Verstärkungs- und Dämpfungsgliedern in einer Anlage werden beide Summen gebildet und subtrahiert.

Summenverstärkung

$V_s = V_1 + V_2 \ldots + V_n$

$\boxed{V_s = \Sigma V}$ in dB

Summendämpfung

$a_s = a_1 + a_2 \ldots + a_n$

$\boxed{a_s = \Sigma a}$ in dB

Verstärkung der Anlage ($V_s > a_s$)

$$V = V_s - a_s$$

Dämpfung der Anlage ($a_s > V_s$)

$$a = a_s - V_s$$

Dämpfungskonstante

Leitungsdämpfungen werden mit Hilfe der Dämpfungskonstanten berechnet. Sie gilt für eine bestimmte Leitungslänge (m oder km).

Die Dämpfung der ganzen Leitung ist gleich dem Produkt von Dämpfungskonstante und Leitungslänge.

Kabeldämpfung

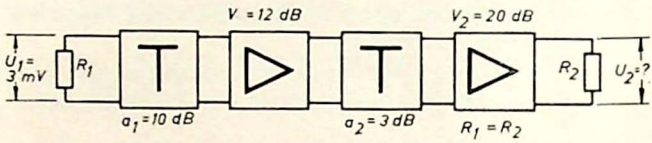
$$a_k = \alpha \cdot l$$

Größe		Einheit	
P	Leistung	W	Watt
U	Spannung	V	Volt
I	Strom	A	Ampere
dB	Dezibel		
V	Verstärkung		Verhältnisgröße
V_s	Summenverstärkung		Verhältnisgröße
a	Dämpfung		Verhältnisgröße

a_s	Summendämpfung		Verhältnisgröße
α	Dämpfungskonstante		Verhältnisgröße
l	Länge	m	Meter
		km	Kilometer

Beispiele Siehe auch Antennenanlagen Seite 307

1. Die Abbildung stellt eine Übertragungsanlage mit je zwei dämpfenden und verstärkenden Gliedern dar.
Die Ausgangsspannung U_2 ist zu errechnen!



Summenverstärkung

$V_s = V_1 + V_2 = 12\ \text{dB} + 20\ \text{dB} = 32\ \text{dB}$

Summendämpfung

$a_s = a_1 + a_2 = 10\ \text{dB} + 3\ \text{dB} = 13\ \text{dB}$

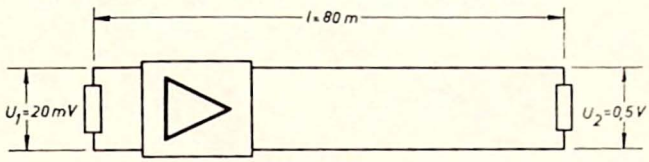
Verstärkung der Anlage

$V = V_s - a_s = 32\ \text{dB} - 13\ \text{dB} = 19\ \text{dB}$

$19\ \text{dB} \mathrel{\hat{=}} \dfrac{U_2}{U_1} = 8{,}9$ (Tabelle Seite 314)

$U_2 = 8{,}9 \cdot U_1 = 8{,}9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = \mathbf{26{,}7\ mV}$

2. Ein 80 m langes HF-Kabel hat je Meter eine Dämpfung $\alpha_m = 0{,}2$ dB.
Welche Verstärkung ist erforderlich, um bei der Eingangsspannung $U_1 = 20$ mV eine Ausgangsspannung U_2 von 0,5 V zu erreichen?



Spannungsverhältnis

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{500 \cdot 10^{-3}\ \text{V}}{20 \cdot 10^{-3}\ \text{V}} = 25 \triangleq 28\ \text{dB}$$ (Tabelle Seite 314)

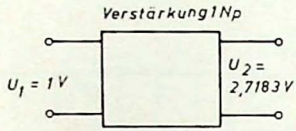
Kabeldämpfung

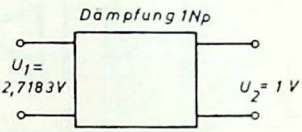
$$a_k = \alpha_m \cdot l = 0{,}2 \frac{\text{dB}}{\text{m}} \cdot 80\ \text{m} = 16\ \text{dB}$$

Der Verstärker muß die Spannung um 28 dB erhöhen und außerdem die Dämpfung von 16 dB ausgleichen.
$V = 28\ \text{dB} + 16\ \text{dB} = 44\ \text{dB}$
Verstärker:
$V = \mathbf{44\ dB}$
Verstärkung: **160**fach (Tabelle Seite 314)

38.2 Neper (Np, im Postdienst auch N)

In der deutschen Fernsprechtechnik (Bundespost, Fernmeldefirmen) wird vorwiegend mit dem logarithmischen Dämpfungsmaß Neper gerechnet. Basis ist die „natürliche Zahl" $e = 2{,}7183$.
Die Verstärkung bzw. Dämpfung von einem Neper entspricht dem Anwachsen einer Größe auf das e-fache oder der Verminderung auf den e-ten Teil.





$$\frac{U_2}{U_1} \mathrel{\widehat{=}} \ln \frac{U_2}{U_1}\,\mathrm{Np} \qquad \frac{U_1}{U_2} \mathrel{\widehat{=}} \ln \frac{U_1}{U_2}\,\mathrm{Np}$$

Bei einer Spannungserhöhung, also einer Verstärkung um 2 Neper, wird $U_2 = e^2 \cdot U_1 = 7{,}389 \cdot U_1$
Bei einer Spannungsabschwächung (Dämpfung) um 2 Neper wird $U_2 = \dfrac{U_1}{e^2} = \dfrac{U_1}{7{,}389} = 0{,}127 \cdot U_1$

Wegen des größeren Faktors gegenüber dB wird ein Neper in den Tabellen oft stärker unterteilt (Tabelle Seite 306).

Im Gegensatz zum Dezibel geht das Neper von **Spannungsverhältnissen** aus.
Um das zu einem bestimmten Spannungsverhältnis gehörende Leistungsverhältnis zu berechnen, ist die Wurzel zu ziehen, der Exponent also zu halbieren. Das gilt nur, wenn Eingangs- und Ausgangswiderstand einer Übertragungsstrecke gleich groß sind!

Verstärkung

$$\frac{P_2}{P_1} \mathrel{\widehat{=}} \tfrac{1}{2} \ln \frac{P_2}{P_1} \text{ Np}$$

Dämpfung

$$\frac{P_1}{P_2} \mathrel{\widehat{=}} \tfrac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2} \text{ Np}$$

Werden Spannungs-und Leistungsverhältnisse nach diesen Formeln berechnet, erhält man nur positive Neperwerte. Sind auf einem Übertragungsweg mehrere Dämpfungs- und Verstärkungsmaße gegeben, werden sie jeweils addiert und die Differenz der beiden Summen gebildet.

Summenverstärkung

$V_s = V_1 + V_2 \ldots + V_n$

$V_s = \Sigma V$ V in Np

Summendämpfung

$a_s = a_1 + a_2 \ldots + a_n$

$a_s = \Sigma a$ a in Np

Verstärkung einer Anlage ($V_s > a_s$)

$$V = V_s - a_s$$

Dämpfung einer Anlage ($a_s > V_s$)

$$a = a_s - V_s$$

Vielfach wird die Verstärkung als „negative Dämpfung" berechnet (statt V dann s).

Verstärkung s

$$s = -a$$

Z.B. wird die Dämpfung $a = 3$ N durch eine Verstärkung $s = -3$ N aufgehoben.

$a = 3$ N entspricht einer Dämpfung auf $\frac{1}{e^3} = \frac{1}{20}$,

$s = -3$ N entspricht einer Verstärkung auf das Zwanzigfache.

Dämpfungskonstante

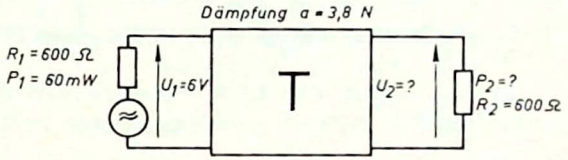
Die Dämpfungskonstante einer gegebenen Leitungsart gilt für eine bestimmt Länge (zumeist m oder km).
Die Dämpfung eines bestimmten Stücks dieser Leitung ist gleich dem Produkt von Dämpfungskonstante und Leitungslänge.

$$a_k = \alpha \cdot l$$

Größe		Einheit	
U	Spannung	V	Volt
P	Leistung	W	Watt
N, Np	Neper		
V	Verstärkung	Verhältnisgröße	
V_s	Summenverstärkung	Verhältnisgröße	
s	Verstärkung	Verhältnisgröße	
a	Dämpfung	Verhältnisgröße	
a_s	Summendämpfung	Verhältnisgröße	
α	Dämpfungskonstante	Verhältnisgröße	
l	Länge	m	Meter
		km	Kilometer

Beispiele

1.



Ausgangsspannung und Ausgangsleistung sind zu berechnen!

Spannung U_2

$$a = 3{,}8\,\mathrm{N} \quad \hat{=} \quad \frac{U_1}{U_2} = 44{,}7 \text{ (Tabelle Seite 306)}$$

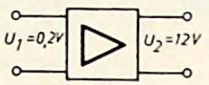
$$U_2 = \frac{U_1}{44{,}7} = \frac{6\ \mathrm{V}}{44{,}7} = \mathbf{0{,}1344\ V}$$

Leistung P_2

$$a = 3{,}8\,\mathrm{N} \quad \hat{=} \quad \frac{P_1}{P_2} = 2000$$

$$P_2 = \frac{P_1}{2000} = \frac{60 \cdot 10^{-3}\ \text{W}}{2 \cdot 10^3} = 30 \cdot 10^{-6}\ \text{W} = \mathbf{30\ \mu W}$$

Rechenstab Seiten 18-19 :
Spannung : Skala D : 3,8 auf LL 3 : 44,7
Leistung : Skala D : 2·3,8 = 7,6 auf LL 3 : $2 \cdot 10^3 = \mathbf{2000}$

2. 

Die Verstärkung ist zu errechnen und auf verschiedene Weise auszudrücken!

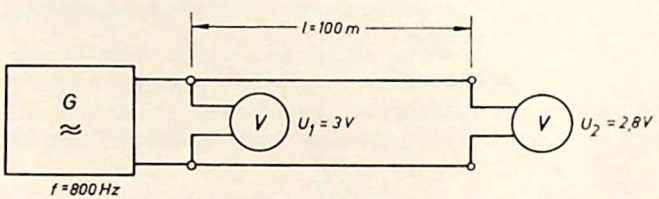
a) $V = \dfrac{U_2}{U} = \dfrac{12\ \text{V}}{0{,}2\ \text{V}} = \mathbf{60}$

b) $V = \ln \dfrac{U_2}{U_1}\text{N} = \ln \dfrac{12\ \text{V}}{0{,}2\ \text{V}}\ \text{N} = \ln 60\ \text{N} = \mathbf{4{,}1\ N}$

Rechenstab : Skala LL_3 : 60 auf Skala D : 4,1 = **4,1 N**

c) $\dfrac{U_2}{U_1} = 60 \mathrel{\hat{=}} V = \mathbf{4{,}1\ N}$ (Zwischenwert der Tabelle Seite 306)

d) $s = -a = \mathbf{-4{,}1\ N}$

3. 

Mit Hilfe der Versuchsanordnung soll die kilometrische Dämpfung $\alpha_{k\,m}$ des unbekannten Kabels errechnet werden!

Dämpfung auf 100 m Länge

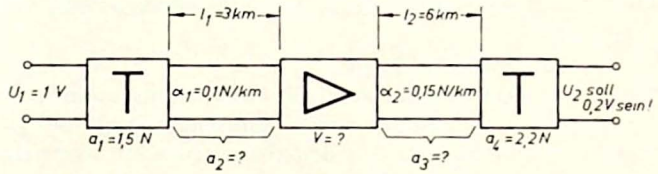
$$\alpha_{100\,\mathrm{m}} = \ln \frac{U_1}{U_2}\,\mathrm{Np} = \ln \frac{3\ \mathrm{V}}{2{,}8\ \mathrm{V}}\,\mathrm{Np} = \ln 1{,}072\ \mathrm{Np} = 0{,}0695\ \mathrm{Np}$$

Rechenstab : Von Skala LL_1 : 1,072 auf Skala D : $6{,}95 \cdot 0{,}01 = 0{,}0695$

Kilometrische Dämpfung

$$\alpha_k = 10 \cdot \alpha_{100\,\mathrm{m}} = 10 \cdot 0{,}0695\ \mathrm{Np} = \mathbf{0{,}695\ Np}$$

4.



Welche Verstärkung wird in obiger Anlage benötigt?

Dämpfung der ganzen Anlage

$$a = \ln \frac{U_1}{U_2}\,\mathrm{Np} = \ln \frac{1\ \mathrm{V}}{0{,}2\ \mathrm{V}}\,\mathrm{Np} = \ln 5\ \mathrm{Np} = 1{,}61\ \mathrm{Np}$$

Rechenstab : Skala LL_3 : 5 auf Skala D : 1,61

Kabeldämpfungen

$$a_2 = \alpha_1 \cdot l_1 = 0{,}1\ \frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{km}} \cdot 3\ \mathrm{km} = 0{,}3\ \mathrm{Np}$$

$$a_2 = \alpha_2 \cdot l_2 = 0{,}15\ \frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{km}} \cdot 6\ \mathrm{km} = 0{,}9\ \mathrm{Np}$$

Summendämpfung

$$a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1{,}5\ \text{Np} + 0{,}3\ \text{Np} + 0{,}9\ \text{Np} + 2{,}2\ \text{Np} = 4{,}9\ \text{Np}$$

Verstärkung

Die Verstärkung muß die Summendämpfung bis zur gewünschten Anlagendämpfung ausgleichen

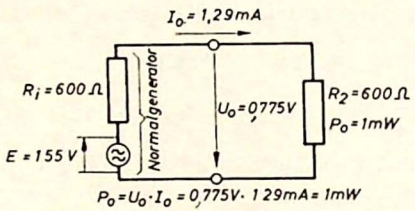
$$V = a_s - a = 4{,}9\ \text{Np} - 1{,}61\ \text{Np} \approx 3{,}3\ \text{Np}$$

$V = 3{,}3$ Np $\triangleq$ **27**facher Verstärkung

Rechenstab Skala D : 3,3 auf Skala LL_3 : **27**

38.3 Absoluter Pegel

Der absolute Pegel gibt das Verhältnis von Spannungen oder Leistungen an einem bestimmten Punkt des Übertragungssystems zu den Betriebswerten eines Normalgenerators in Neper an.



Absoluter Spannungspegel

$$p_0 = \ln \frac{U_2}{U_0}\ \text{Np} \quad \text{oder} \quad p_0 = \ln \frac{U_2}{0{,}775\ \text{V}}\ \text{Np}$$

Absoluter Leistungspegel

$$p_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{P_2}{P_0} \text{ Np} \quad \text{oder} \quad p_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{P_2}{1 \cdot 10^{-3}\,\text{W}} \text{ Np}$$

Beispiel An einem Widerstand $R_2 = 400\ \Omega$ soll die Spannung $U_2 = 20$ V liegen. Absoluter Leistungs- und Spannungspegel sind zu berechnen!

Leistung in R_2

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{20^2\ \text{V}^2}{400\ \Omega} = 1\ \text{W}$$

Absoluter Leistungspegel

$$p_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{P}{P_0} \text{ Np} = \frac{1}{2} \ln \frac{1\ \text{W}}{1\ \text{mW}} \text{ Np} = \frac{1}{2} \ln 1000 \text{ Np}$$
$$= 3{,}45 \text{ Np}$$

Rechenstab: Skala LL_3: 10^3 auf Skala D: $\approx 6{,}9$

$$\frac{1}{2} \cdot 6{,}9 \text{ Np} = 3{,}45 \text{ Np}$$

Absoluter Spannungspegel

$$p_0 = \ln \frac{U_2}{U_0} \text{ Np} = \ln \frac{20\ \text{V}}{0{,}775\ \text{V}} \text{ Np} = \ln 25{,}8 \text{ Np}$$
$$= 3{,}25 \text{ Np}$$

Rechenstab: Skala LL_3: 25,8 auf Skala D: 3,25 Np

38.4 Umrechnung Dezibel-Neper

Dezibel und Neper sind logarithmische Maße. Die zu einem Spannungsverhältnis gehörenden dB- und Np-Werte stehen in einem festen Verhältnis zueinander.

1 Np $\triangleq e^1 = 2{,}718$ (U_1 also $2{,}718 \cdot U_2$)
1 dB $\triangleq 1{,}122^1 = 1{,}122$ (U_1 also $1{,}122 \cdot U_2$)
8,7 dB $\triangleq 1{,}122^{8{,}7} = 2{,}718$ (U_1 also $2{,}718 \cdot U_2$)

Dämpfungen

1 Np entspricht somit 8,7 dB

$$\text{Np-Wert} \cdot 8{,}7 = \text{dB-Wert}$$

$$\frac{\text{dB-Wert}}{8{,}7} = 0{,}115 \cdot \text{dB-Wert} = \text{Np-Wert}$$

Beispiele

1. Ein Fernsprechkabel hat die kilometrische Dämpfung $\alpha_{km} = 0{,}09$ Np.
Wie groß ist die Dämpfung einer 600 m langen Kabelstrecke in dB?

$a = \alpha_{km} \cdot l \cdot 8{,}7 = 0{,}09 \text{ Np} \cdot 0{,}6 \cdot 8{,}7 = \mathbf{0{,}47 \text{ dB}}$

2. Ein Verstärker hebt den Spannungspegel um 26 dB. Welcher Verstärkung in Np entspricht das, und wie groß ist die Verstärkung, ausgedrückt durch das Spannungsverhältnis?

$$V = 26\,\text{dB} = \frac{26}{8{,}7}\,\text{Np} \approx \mathbf{3\,Np}$$

$$V = 26\,\text{dB} \mathrel{\hat{=}} V = \frac{U_2}{U_1} \approx \mathbf{20}\ \text{(Tabelle Seiten 314-315)}$$

Rechenstab: Skala C: 1 über Skala LL_2: 1,122 (dB-Basis bei Spannung); von Skala C: 2-6 auf Skala LL_3: ≈ **20** (Stellenwert beachten).

$$V = 3\,\text{Np} \mathrel{\hat{=}} V = \frac{U_2}{U_1} \approx 20\ \text{(Tabelle Seite 306)}$$

Rechenstab: Skala D: 1 über Skala LL_3: e = 2,718; von Skala D: 3 (Np) auf Skala LL_3: 20, also $e^3 \approx$ **20**fache Verstärkung.

39. Dämpfungstabelle (Np-Werte)

Faktor bei +Np	Np	Faktor bei −Np	Faktor bei +Np	Np	Faktor bei −Np
1,0	0	1,0	24,53	3,2	0,0480
1,105	0,1	0,905	29,96	3,4	0,0334
1,221	0,2	0,819	36,60	3,6	0,0273
1,350	0,3	0,741	44,70	3,8	0,0224
1,492	0,4	0,670	54,60	4,0	0,0183
1,649	0,5	0,606	66,69	4,2	0,0150
1,822	0,6	0,549	81,45	4,4	0,0123
2,014	0,7	0,497	99,48	4,6	0,0101
2,226	0,8	0,449	121,5	4,8	0,00823
2,460	0,9	0,407	148,5	5,0	0,00674
2,718	1,0	0,368	181,3	5,2	0,00552
3,004	1,1	0,333	221,4	5,4	0,00452
3,320	1,2	0,301	270,4	5,6	0,00369
3,669	1,3	0,273	330,3	5,8	0,00302
4,055	1,4	0,247	403,4	6,0	0,00248
4,482	1,5	0,223	493	6,2	0,00203
4,953	1,6	0,202	602	6,4	0,00166
5,475	1,7	0,182	735	6,6	0,00136
6,050	1,8	0,165	898	6,8	0,00111
6,686	1,9	0,150	$1{,}1 \cdot 10^3$	7,0	$0{,}91 \cdot 10^{-3}$
7,389	2,0	0,135	$1{,}8 \cdot 10^3$	7,5	$0{,}55 \cdot 10^{-3}$
9,025	2,2	0,111	$3 \cdot 10^3$	8,0	$0{,}33 \cdot 10^{-3}$
11,02	2,4	0,0907	$4{,}9 \cdot 10^3$	8,5	$0{,}202 \cdot 10^{-3}$
13,46	2,6	0,0743	$8{,}1 \cdot 10^3$	9,0	$0{,}123 \cdot 10^{-3}$
16,44	2,8	0,0608	$13{,}2 \cdot 10^3$	9,5	$75{,}7 \cdot 10^{-6}$
20,09	3,0	0,0498	$22 \cdot 10^3$	10,0	$45{,}4 \cdot 10^{-6}$

Bei der Berechnung von Antennenanlagen wird das Verhältnis der Spannungen vor und nach Übertragungsgliedern im logarithmischen Maß Dezibel (dB) angegeben.

Zum Verhältnis $\frac{U_1}{U_2}$ gehört $20 \lg \frac{U_1}{U_2}$ dB

Bei **dämpfenden** Übertragungsgliedern (Kabel, Verteiler) wird mit − dB, bei **verstärkenden** Übertragungsgliedern (Antennenverstärker) wird mit + dB gerechnet

+ 20 dB entspricht einer Spannungserhöhung auf das Zehnfache.

− 20 dB entspricht einer Spannungsminderung auf ein Zehntel.

Alle Dämpfungs-dB-Werte einer Anlage sind zu addieren. Das zugehörige Spannungsverhältnis ist der Tabelle zu entnehmen (Seiten 272-273).

Statt a ist in der Antennentechnik d als Kurzzeichen des Dämpfungsmaßes gebräuchlich.

Verstärkung +28 dB (Abb. 1, Seite 308)

Dämpfung — 20 dB

Spannungsverhältnis +8 dB

+8 dB entspricht dem Faktor 2,51

$U_E = U_A \cdot 2{,}51 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}\,V \cdot 2{,}51$ $\quad U_E \approx$ **1 mV**

Am Empfängereingang ist die Spannung von U_E = **1 mV** zu erwarten.

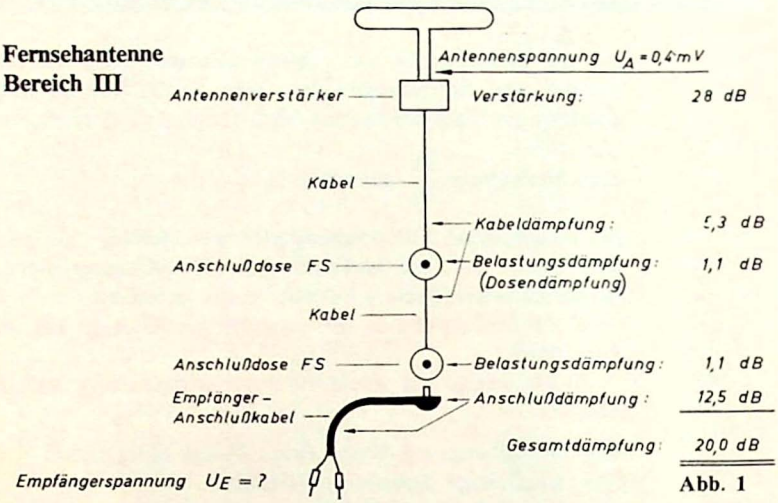


Abb. 1

Antennenanlagen (Gemeinschaftsantennen)

Als Mindestspannung soll am letzten Empfängereingang (Antennenbuchsen) noch zu messen sein :

Orts- od. Bezirkssender		Alle Bereiche
MW	UKW	FS
500 µV	100 µV	1 mV

Die Spannung an der letzten Dose einer Gemeinschaftsantennenanlage ist oft $< 1\%$ der Antennenspannung. Die **Dämpfung** der Anlage läßt sich für alle Wellenbereiche mit Hilfe der Tabelle 1, Seite 267, errechnen, die für jeden Bauteil die **Dämpfung** in **dB** angibt.

Tabelle 1
Dämpfungswerte (Hirschmann-Bauteile):

Bereich	FS I	UKW	FS III	FS IV	FS V
Frequenz (MHz)	41-68	87,5-104	174-223	470-789	
Anschlußdämpfung d_a	12,5 dB	12,5 dB	12,5 dB	12,5 dB	14,0 dB
Verteilerdämpfung d_v					
1 Stammleitung	0	0	0	0	0
2 Stammleitungen	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB
3 Stammleitungen	6,5 dB	6,5 dB	7,0 dB	7,5 dB	8,0 dB
4 Stammleitungen	6,5 dB	6,5 dB	7,0 dB	7,5 dB	8,0 dB
Kabeldämpfung d_k Koaxialkabel	0,06 dB/m	0,095 dB/m	0,14 dB/m	0,24 dB/m	0,29 dB/m
Belastungsdämpfung:					
Rundfunkanschl. d_r	0,2 dB	0,8 dB	0,4 dB	0,8 dB	0,9 dB
FS-Anschluß d_f	0,9 dB	0,4 dB	0,9 dB	1,2 dB	1,4 dB
Rfk + FS − Anschl d_{r+f}	1,1 dB	1,2 dB	1,3 dB	2.0 dB	2,3 dB

Die Gesamtdämpfung ist die Summe der Teildämpfungen:

$$d_g = d_a + d_v + l \cdot d_k + n_d \cdot d_{r+f}$$

d_g Gesamtdämpfung
d_a Anschlußdämpfung
d_v Verteilerdämpfung
l Kabellänge in m
d_k Kabeldämpfung je m
n_d Dosenzahl je Stammleitungen
d_{r+f} Belastungsdämpfung je Dose bzw. d_r od. d_f

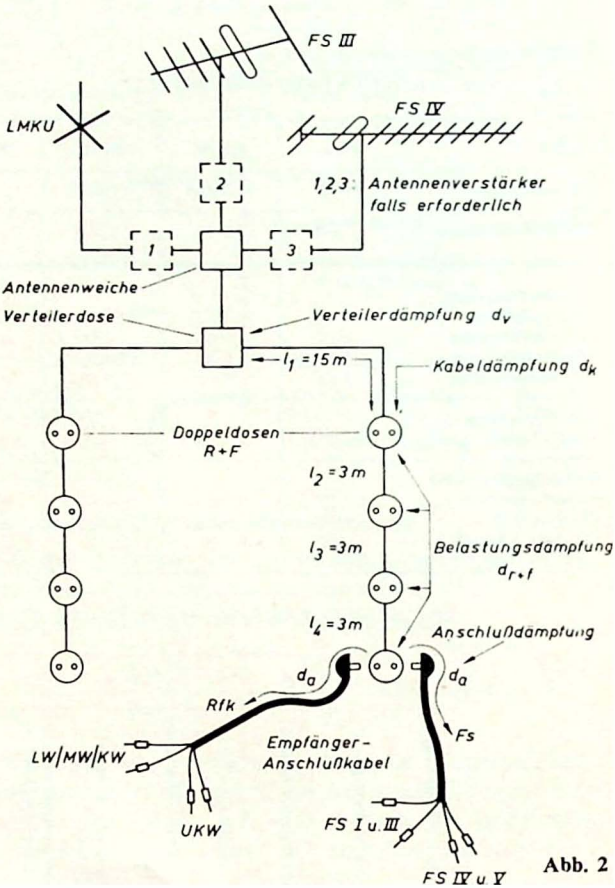

FS III
FS IV
LMKU
2
1,2,3: Antennenverstärker falls erforderlich
1
3
Antennenweiche
Verteilerdose
Verteilerdämpfung d_V
l_1 = 15 m
Kabeldämpfung d_k
Doppeldosen R+F
l_2 = 3 m
l_3 = 3 m
Belastungsdämpfung d_{R+F}
l_4 = 3 m
Anschlußdämpfung
d_a
d_a
Rfk
Fs
LW/MW/KW
Empfänger-Anschlußkabel
UKW
FS I u. III
FS IV u. V

Abb. 2

Beispiel Berechnung der Gesamtdämpfung d_g für die Anlage nach Abb. 2 und Ermittlung der erforderlichen Antennenspannung (Kabellänge 25 m je Stammleitung)

Bereich	FS I	UKW	FS III	FS IV	FS V
Anschlußdämpfung d_a	12,5 dB	12,5 dB	12,5 dB	12,5 dB	14,0 dB
Verteilerdämpfung d_v	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB	4,0 dB
Kabeldämpfung d_k	25 · 0,06 = = 1,5 dB	25 · 0,095 = = 2,4 dB	25 · 0,14 = = 3,5 dB	25 · 0,24 = = 6,0 dB	25 · 0,29 = = 7,3 dB
Belastungsdämpfung d_{r+t}	4 · 1,1 = = 4,4 dB	4 · 1,2 = = 4,8 dB	4 · 1,3 = = 5,2 dB	4 · 2 = = 8,0 dB	4 · 2,6 = = 10,4 dB
Gesamtdämpfung d_g	22,4 dB	23,7 dB	25,2 dB	30,5 dB	34,7 dB
Abschwächung der Antennenspannung auf	$\frac{1}{13{,}2} = 0{,}076$ = 7,6%	$\frac{1}{15{,}3} = 0{,}065$ = 6,5%	$\frac{1}{18{,}2} = 0{,}055$ = 5,5%	$\frac{1}{33.5} = 0{,}03$ = 3,0%	$\frac{1}{61} = 0{,}0164$ = 1,64%
Erforderliche Spannung am Empfängereingang	1 mV	100 V	1 mV	1 mV	1 mV
Erforderliche Spannung vor der Verteilerdose	13,2 mV	1,53 mV	18,2 mV	33,5 mV	61 mV

Ergibt eine Prüfung der Antennenspannung mit dem Antennenmeßgerät nicht den erforderlichen Wert, muß ein Antennenverstärker eingebaut werden. Ist z.B. im Bereich FS III die Antennenspannung nur 1,8 mV, muß sie durch einen Antennenverstärker 10 fach verstärkt werden (20 dB).

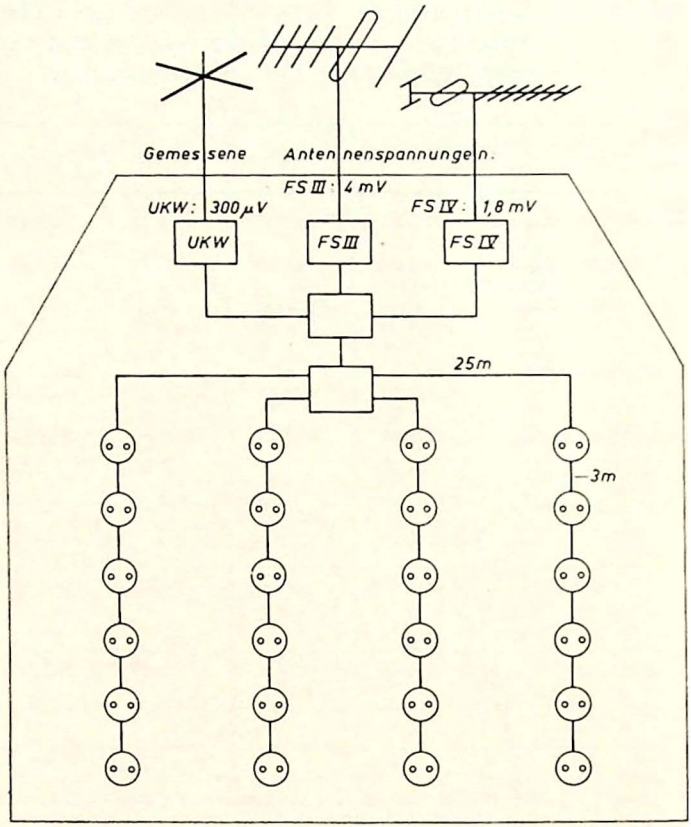

Gemessene Antennenspannungen:
FS III: 4 mV
UKW: 300 µV
FS IV: 1,8 mV
UKW
FS III
FS IV
25m
3m

Abb. 3

Anlage nach Abb. 3

Zahl der Stammleitungen = 4
Kabellänge der längsten Stammleitung = 40 m
Dosenzahl je Stammleitung = 6
(Rundfunk + Fernsehen)

Welche Verstärker sind bei den gemessenen Antennenspannungen erforderlich?

	UKW	FS III	FS IV
d_a	12,5 dB	12,5 dB	12,5 dB
d_v	6,5 dB	7,0 dB	7,5 dB
d_k	3,8 dB	5,6 dB	9,6 dB
d_{r+f}	7,2 dB	7,8 dB	12,0 dB
d_g	30,0 dB	32,9 dB	41,6 dB
Antennenspg. sinkt auf	3,16 %	2,2 %	≈ 0,83 %
Gemessene Antennenspannung	300 µV	4 mV	1,8 mV
Davon an der letzten Dose	≈ 10 µV	≈ 0,09 mV	≈ 0,015 mV
Erforderl. Verst.	10fach	11fach	70fach

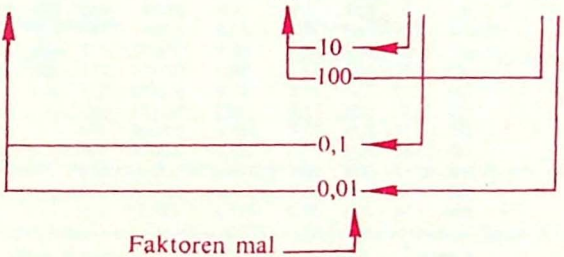
Geeignete Verstärker für jeden Wellenbereich sind in den Katalogen der Hersteller aufgeführt.

41. Tabellen

41.1 Dämpfungstabelle

Dämpfungs-faktor bei −dB	dB	Verstärkgs-faktor bei +dB	dB	dB
1	0,0	1	20	40
0,944	0,5	1,059	20,5	40,5
0,891	1	1,122	21	41
0,841	1,5	1,189	21,5	41,5
0,794	2	1,26	22	42
0,75	2,5	1,33	22,5	42,5
0,707	3	1,413	23	43
0,668	3,5	1,497	23,5	43,5
0,63	4	1,585	24	44
0,595	4,5	1,68	24,5	44,5
0,56	5	1,78	25	45
0,53	5,5	1,885	25,5	45,5
0,5	6	2,0	26	46
0,472	6,5	2,12	26,5	46,5
0,446	7	2,24	27	47
0,422	7,5	2,37	27,5	47,5
0,398	8	2,51	28	48
0,376	8,5	2,66	28,5	48,5
0,355	9	2,82	29	49
0,335	9,5	2,98	29,5	49,5
0,316	10	3,16	30	50
0,298	10,5	3,35	30,5	50,5
0,282	11	3,54	31	51
0,266	11,5	3,76	31,5	51,5
0,25	12	4,0	32	52

0,237	12,5	4,22	32,5	52,5
0,224	13	4,46	33	53
0,212	13,5	4,73	33,5	53,5
0,2	14	5,0	34	54
0,189	14,5	5,31	34,5	54,5
0,178	15	5,62	35	55
0,168	15,5	5,96	35,5	55,5
0,159	16	6,3	36	56
0,15	16,5	6,68	36,5	56,5
0,141	17	7,08	37	57
0,133	17,5	7,5	37,5	57,5
0,126	18	7,94	38	58
0,119	18,5	8,4	38,5	58,5
0,112	19	8,9	39	59
0,106	19,5	9,44	39,5	59,5
0,1	20	10,0	40	60



Beispiel

Bei 6 dB ist der Dämpfungsfaktor 0,5, der Verstärkungsfaktor 2
» 26 dB » » 0,05, » » 20
» 46 dB » » 0,005, » » 200

41.2 Nennquerschnitte und Belastbarkeit von Kupferleitern

Nennquerschnitt	Zahl der Drähte	Einzeldurchmesser	Gesamtdurchmesser des Blankdrahtes	Gewicht je 100 m	Widerstand je 100 m	Gruppe I		Gruppe II		Gruppe III	
						I_{max}	Sicherung	I_{max}	Sicherung	I_{max}	Sicherung
mm²		mm	mm	kg	Ω	A	A	A	A	A	A
0,75	1	1,0	1,0	0,67	2,38	—	—	13	10	16	16
1,0	1	1,13	1,13	0,89	1,78	12	10	16	16	20	20
1,5	1	1,38	1,38	1,33	1,19	16	16	20	20	25	25
2,5	1	1,78	1,78	2,22	0,72	21	20	27	25	34	35
4,0	1	2,26	2,26	3,56	0,44	27	25	36	35	45	50
6,0	1	2,77	2,77	5,35	0,29	35	35	47	50	57	63
10	1	3,57	3,57	8,9	0,17	48	50	65	63	78	80
16	1	4,52	4,52	14,2	0,11	65	63	87	80	104	100
25	7	2,13	6,4	22,8	0,073	88	80	115	100	137	125
35	19	1,53	7,7	31,9	0,052	110	100	143	125	168	160
50	19	1,83	9,2	45,5	0,036	140	125	178	160	210	200
70	19	2,17	10,9	63,7	0,0270	175	160	220	224	260	250
95	19	2,52	12,6	84,5	0,0191	215	200	265	250	310	300
120	37	2,03	14,2	110,0	0,0152	255	250	310	300	365	355
150	37	2,25	15,9	136,5	0,0121	295	—	355	355	415	425
185	37	2,52	17,6	165,0	0,0098	340	—	405	355	475	425
240	61	2,24	20,2	222,0	0,0074	400	—	480	425	560	500
300	61	2,50	22,5	275,0	0,0060	470	—	555	500	645	600
400	61	2,90	26,1	360,0	0,0044	570	—	—	—	770	—
500	91	2,65	29,2	457.0	0,0035	660	—	—	—	880	—

Gruppe I : Rohrdrähte oder bis zu 3 Leitungen in Rohr

Gruppe II : Kabelähnliche Leitungen, Panzeradern, frei in Luft verlegte mehradrige Leitungen und für Anschluß ortsveränderlicher Verbraucher

Gruppe III : Einadrige Leitungen, frei in Luft verlegt oder für ortsveränderliche Verbraucher

41.3 Umgang mit den Zahlentafeln

Zum Quadrieren und Wurzelziehen sowie zur Kreisberechnung dient die Zahlentafel (Seiten 324-343)

Beispiele

d		$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
Gegeben : **Kreisdurchm.** 483 mm	Gesucht	**Kreisumfang** 1 517,4 mm	**Kreisfläche** 183 225 mm²
Kreisdurchm. 74 mm	Gesucht	**Kreisumfang** 232,48 mm	Gegeben : **Kreisfläche** 4 300 mm² Gewählt : 4300,84 (kleiner Fehler)

Fehler in der Anwendung der Zahlentafeln können vor allem beim Wurzelziehen auftreten.

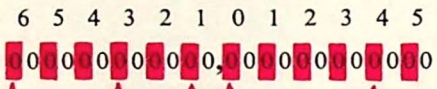
Man wende in Zweifelsfällen die Übersicht auf Seite 318 an!

Ermittlung der Stellenzahl

Die Lösung hat folgende

Stellenzahl **Nullenzahl**

vor – dem Komma – hinter



		Lösung	Seite und Kennfarbe	Lösung in dieser Spalte
1)	$\sqrt{87,2}$	9,34	304	d
			oder 287	$\sqrt{\bar{d}}$
2)	$\sqrt{872}$	29,5296	303	$\sqrt{\bar{d}}$
3)	$\sqrt{104300}$	322,5	292	d
			oder 286	$\sqrt{\bar{d}}$*
4)	$\sqrt{448000000000}$	669200,0	299	d
			oder 287	$\sqrt{\bar{d}}$*
5)	$\sqrt{0,872}$	0,934	304	d
			oder 287	$\sqrt{\bar{d}}$
6)	$\sqrt{0,0104}$	0,10198	288	$\sqrt{\bar{d}}$
7)	$\sqrt{0,000389}$	0,0197231	293	d
8)	$\sqrt{0,00000000982}$	0,0000991	305	d
			oder 287	$\sqrt{\bar{d}}$*

* ungenauere Lösung!

Regel

Hat die Zahl unter dem Wurzelzeichen eine **gerade Stellenzahl** vor dem Komma (10,2; 1240) oder eine **gerade Nullenzahl** hinter dem Komma (0,12; 0,0032), so ist diese Zahl in rot angelegten Zahlenkolonnen zu suchen.

Hat die Zahl unter dem Wurzelzeichen eine **ungerade Stellenzahl** vor dem Komma (1,4; 123) oder eine **ungerade Nullenzahl** nach dem Komma (0,03), so ist diese Zahl in den schwarz angelegten Zahlenkolonnen zu suchen.
Die Lösung ist dann bei d oder aber bei $\sqrt{d}$ abzulesen.

Die Anwendung der Zehnerpotenzen schafft auch hier Erleichterung (siehe auch Seiten 11-13) :
Aufgaben 1, 2, 5 und 6 sind ohne Zehnerpotenzen zu lösen.

3) $\sqrt{104300} = \sqrt{10{,}43 \cdot 10^4} = \sqrt{10{,}43} \cdot 10^2$
$= 3{,}223 \cdot 10^2 = 322{,}3$

4) $\sqrt{448000000000} = \sqrt{44{,}8 \cdot 10^{10}} = \sqrt{44{,}8} \cdot 10^5$
$= 6{,}693 \cdot 10^5 = 669{,}3 \cdot 10^3$

7) $\sqrt{0{,}000389} = \sqrt{389 \cdot 10^{-6}} = \sqrt{389} \cdot 10^{-3} = 19{,}7231 \cdot 10^{-3}$

8) $\sqrt{0{,}00000000982} = \sqrt{98 \cdot 10^{-10}} = \sqrt{98} \cdot 10^{-5}$
$= 9{,}91 \cdot 10^{-5} = 99{,}1 \cdot 10^{-6}$

41.4 Winkelfunktionen

Grad	SINUS 0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	Grad
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	0,01745	89
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	0,03490	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	0,05234	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	0,06976	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	0,08716	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	0,10453	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	0,12187	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	0,13917	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	0,15643	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	0,17365	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	0,19081	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	0,20791	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	0,22495	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	0,24192	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	0,25882	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	0,27564	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	0,29237	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	0,30902	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	0,32557	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	0,34202	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	0,35837	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	0,37461	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	0,39073	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40142	0,40408	0,40674	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	0,42262	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	0,43837	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	0,45399	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	0,46947	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	0,48481	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	0,50000	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	0,51504	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	0,52992	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	0,54464	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	0,55919	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	0,57358	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	0,58779	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	0,60182	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	0,61566	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	0,62932	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	0,64279	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	0,65606	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	0,66913	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	0,68200	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	0,69466	46
44	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	0,70711	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

COSINUS

COSINUS

Grad	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	Grad
0	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	0,99985	89
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	0,99939	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	0,99863	87
3	0,99863	0,99847	0,99831	0,99813	0,99795	0,99776	0,99756	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	0,99619	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	0,99452	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	0,99255	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	0,99027	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	0,98769	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	0,98481	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	0,98163	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	0,97815	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	0,97437	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	0,97030	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	0,96593	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	0,96126	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	0,95630	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	0,95106	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	0,94552	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	0,93969	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	0,93358	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	0,92718	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	0,92050	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	0,91355	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	0,90631	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	0,89879	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	0,89101	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	0,88295	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	0,87462	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	0,86603	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	0,85717	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	0,84805	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	0,83867	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	0,82904	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	0,81915	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	0,80902	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	0,79864	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	9,78801	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	0,77715	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	0,76604	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	0,75471	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	0,74314	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	0,73135	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	0,71934	46
44	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	0,70711	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

SINUS

TANGENS

Grad	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	Grad
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	0,01746	89
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	0,03492	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	0,05241	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	0,06993	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	0,08749	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	0,10510	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	0,12278	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	0,14054	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	0,15838	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	0,17633	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	0,19438	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	0,21256	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	0,23087	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	0,24933	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	0,26795	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	0,28675	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	0,30573	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	0,32492	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	0,34433	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	0,36397	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	0,38386	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	0,40403	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	0,42447	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	0,44523	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	0,46631	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	0,48773	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	0,50953	63
27	0,50953	0,51320	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	0,53171	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	0,55431	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	0,57735	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	0,60086	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	0,62487	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	0,64941	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	0,67451	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	0,70021	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	0,72654	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	0,75355	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	0,78129	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	0,80978	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	0,83910	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	0,86929	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	0,90040	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	0,93252	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	0,96569	46
44	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	1,00000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

COTANGENS

COTANGENS

Grad	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	Grad
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	7,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70463	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	3,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82996	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11601	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

TANGENS

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
1	1	1,0000	3,142	0,7854	25	625	5,0000	78,540	490,874
2	4	1,4142	6,283	3,1416	26	676	5,0990	81,681	530,929
3	9	1,7321	9,425	7,0686	27	729	5,1962	84,823	572,555
4	16	2,0000	12,566	12,5664	28	784	5,2915	87,965	615,752
					29	841	5,3852	91,106	660,520
5	25	2,2361	15,708	19,6350	30	900	5,4772	94,248	706,858
6	36	2,4495	18,850	28,2743	31	961	5,5678	97,389	754,768
7	49	2,6458	21,991	38,4845	32	1024	5,6569	100,531	804,248
8	64	2,8284	25,133	50,2655	33	1089	5,7446	103,673	855,299
9	81	3,0000	28,274	63,6173	34	1156	5,8310	106,814	907,920
10	100	3,1623	31,416	78,5398	35	1225	5,9161	109,956	962,113
11	121	3,3166	34,558	95,0332	36	1296	6,0000	113,097	1017,88
12	144	3,4641	37,699	113,097	37	1369	6,0828	116,239	1075,21
13	169	3,6056	40,841	132,732	38	1444	6,1644	119,381	1134,11
14	196	3,7417	43,982	153,938	39	1521	6,2450	122,522	1194,59
15	225	3,8730	47,124	176,715	40	1600	6,3246	125,66	1256,64
16	256	4,0000	50,265	201,062	41	1681	6,4031	128,81	1320,25
17	289	4,1231	53,407	226,980	42	1764	6,4807	131,95	1385,44
18	324	4,2426	56,549	254,469	43	1849	6,5574	135,09	1452,20
19	361	4,3589	59,690	283,529	44	1936	6,6332	138,23	1520,53
20	400	4,4721	62,832	314,159	45	2025	6,7082	141,37	1590,43
21	441	4,5826	65,973	346,361	46	2116	6,7823	144,51	1661,90
22	484	4,6904	69,115	380,133	47	2209	6,8557	147,65	1734,94
23	529	4,7958	72,257	415,476	48	2304	6,9282	150,80	1809,56
24	576	4,8990	75,398	452,389	49	2401	7,0000	153,94	1885,74

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
50	2500	7,0711	157,08	1963,50	75	5625	8,6603	235,62	4417,86
51	2601	7,1414	160,22	2042,82	76	5776	8,7178	238,76	4536,46
52	2704	7,2111	163,36	2123,72	77	5929	8,7750	241,90	4656,63
53	2809	7,2801	166,50	2206,18	78	6084	8,8318	245,04	4778,36
54	2916	7,3485	169,65	2290,22	79	6241	8,8882	248,19	4901,67
55	3025	7,4162	172,79	2375,83	80	6400	8,9443	251,33	5026,55
56	3136	7,4833	175,93	2463,01	81	6561	9,0000	254,47	5153,00
57	3249	7,5498	179,07	2551,76	82	6724	9,0554	257,61	5281,02
58	3364	7,6158	182,21	2642,08	83	6889	9,1104	260,75	5410,61
59	3481	7,6811	185,35	2733,97	84	7056	9,1652	263,89	5541,77
60	3600	7,7460	188,50	2827,43	85	7225	9,2195	267,04	5674,50
61	3721	7,8102	191,64	2922,47	86	7396	9,2736	270,18	5808,80
62	3844	7,8740	194,78	3019,07	87	7569	9,3274	273,32	5944,68
63	3969	7,9373	197,92	3117,25	88	7744	9,3808	276,46	6082,12
64	4096	8,0000	201,06	3216,99	89	7921	9,4340	279,60	6221,14
65	4225	8,0623	204,20	3318,31	90	8100	9,4868	282,74	6361,73
66	4356	8,1240	207,35	3421,19	91	8281	9,5394	285,88	6503,88
67	4489	8,1854	210,49	3525,65	92	8464	9,5917	289,03	6647,61
68	4624	8,2462	213,63	3631,68	93	8649	9,6437	292,17	6792,91
69	4761	8,3066	216,77	3739,28	94	8836	9,6954	295,31	6939,78
70	4900	8,3666	219,91	3848,45	95	9025	9,7468	298,45	7088,22
71	5041	8,4261	223,05	3959,19	96	9216	9,7980	301,59	7238,23
72	5184	8,4853	226,19	4071,50	97	9409	9,8489	304,73	7389,81
73	5329	8,5440	229,34	4185,39	98	9604	9,8995	307,88	7542,96
74	5476	8,6023	232,48	4300,84	99	9801	9,9499	311,02	7697,69

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
100	10000	10,0000	314,16	7853,98	125	15625	11 1803	392,70	12271,8
101	10201	10,0499	317,30	8011,85	126	15876	11,2250	395.84	12469,0
102	10404	10,0995	320,44	8171,28	127	16129	11,2694	398,98	12667,7
103	10609	10,1489	323,58	8332,29	128	16384	11,3137	402,12	12868,0
104	10816	10,1980	326,73	8494,87	129	16641	11,3578	405,27	13069,8
105	11025	10,2470	329,87	8659,01	130	16900	11,4018	408,41	13273,2
106	11236	10,2956	333,01	8824,73	131	17161	11,4455	411,55	13478,2
107	11449	10,3441	336,15	8992,02	132	17424	11,4891	414,69	13684,8
108	11664	10,3923	339,29	9160,88	133	17689	11,5326	417,83	13892,9
109	11881	10,4403	342,43	9331,32	134	17956	11,5758	420,97	14102,6
110	12100	10,4881	345,58	9503,32	135	18225	11,6190	424,12	14313,9
111	12321	10,5357	348,72	9676,89	136	18496	11,6619	427,26	14526,7
112	12544	10,5830	351,86	9852,03	137	18769	11,7047	430,40	14741,1
113	12769	10,6301	355,00	10028,7	138	19044	11,7473	433,54	14957,1
114	12996	10,6771	358,14	10207,0	139	19321	11,7898	436,68	15174,7
115	13225	10,7238	361,28	10386,9	140	19600	11,8322	439,82	15393,8
116	13456	10,7703	364,42	10568.3	141	19881	11,8743	442,96	15614,5
117	13689	10,8167	367,57	10751,3	142	20164	11,9164	446,11	15836,8
118	13924	10,8628	370,71	10935,9	143	20449	11,9583	449,25	16060,6
119	14161	10.9087	373,85	11122,0	144	20736	12,0000	452,39	16286,0
120	14400	10,9545	376,99	11309,7	145	21025	12.0416	455,53	16513,0
121	14641	11,0000	380,13	11499,0	146	21316	12,0830	458,67	16741,5
122	14884	11,0454	383,27	11689,9	147	21609	12,1244	461,81	16971,7
123	15129	11,0905	386,42	11882,3	148	21904	12,1655	464,96	17203,4
124	15376	11,1355	389,56	12076,3	149	22201	12,2066	468,10	17436,6

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
150	22500	12,2474	471,24	17671,5	**175**	30625	13,2288	549,78	24052,8
151	22801	12,2882	474,38	17907,9	**176**	30976	13,2665	552,92	24328,5
152	23104	12,3288	477,52	18145,8	**177**	31329	13,3041	556,06	24605,7
153	23409	12,3693	480,66	18385,4	**178**	31684	12,3417	559,20	24884,6
154	23716	12,4097	483,81	18626,5	**179**	32041	13,3791	562,35	25164,9
155	24025	12,4499	486,95	18869,2	**180**	32400	13,4164	565,49	25446,9
156	24336	12,4900	490,09	19113,4	**181**	32761	13,4536	568,63	25730,4
157	24649	12,5300	493,23	19359,3	**182**	33124	13,4907	571,77	26015,5
158	24964	12,5698	496,37	19606,7	**183**	33489	13,5277	574,91	26302,2
159	25281	12,6095	499,51	19855,7	**184**	33856	13,5647	578,05	26590,4
160	25600	12,6491	502,65	20106,2	**185**	34225	13,6015	581,19	26880,3
161	25921	12,6886	505,80	20358,3	**186**	34596	13,6382	584,34	27171,6
162	26244	12,7279	508,94	20612,0	**187**	34969	13,6748	587,48	27464,6
163	26569	12,7671	512,08	20867,2	**188**	35344	13,7113	590,62	27759,1
164	26896	12,8062	515,22	21124,1	**189**	35721	13,7477	593,76	28055,2
165	27225	12,8452	518,36	21382,5	**190**	36100	13,7840	596,90	28352,9
166	27556	12,8841	521,50	21642,4	**191**	36481	13,8203	600,04	28652,1
167	27889	12,9228	524,65	21904,0	**192**	36864	13,8564	603,19	28952,9
168	28224	12,9615	527,79	22167,1	**193**	37249	13,8924	606,33	29255,3
169	28561	13,0000	530,93	22431,8	**194**	37636	13,9284	609,47	29559,2
170	28900	13,0384	534,07	22698,0	**195**	38025	13,9642	612,61	29864,8
171	29241	13,0767	537,21	22965,8	**196**	38416	14,0000	615,75	30171,9
172	29584	13,1149	540,35	23235,2	**197**	38809	14,0357	618,89	30480,5
173	29929	13,1529	543,50	23506 2	**198**	39204	14,0712	622,04	30790,7
174	30276	13,1909	546,64	23778,7	**199**	39601	14,1067	625,18	31102,6

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
200	40000	14,1421	628,32	31415,9
201	40401	14,1774	631,46	31730,9
202	40804	14,2127	634,60	32047,4
203	41209	14,2478	637,74	32365,5
204	41616	14,2829	640,88	32685,1
205	42025	14,3178	644,03	33006,4
206	42436	14,3527	647,17	33329,2
207	42849	14,3875	650,31	33653,5
208	43264	14,4222	653,45	33979,5
209	43681	14,4568	656,59	34307,0
210	44100	14,4914	659,73	34636,1
211	44521	14,5258	662,88	34966,7
212	44944	14,5602	666,02	35298,9
213	45369	14,5945	669,16	35632,7
214	45796	14,6287	672,30	35968,1
215	46225	14,6629	675,44	36305,0
216	46656	14,6969	678,58	36643,5
217	47089	14,7309	681,73	36983,6
218	47524	14,7648	684,87	37325,3
219	47961	14,7986	688,01	37668,5
220	48400	14,8324	691,15	38013,3
221	48841	14,8661	694,29	38359,6
222	49284	14,8997	697,43	38707,6
223	49729	14,9332	700,58	39057,1
224	50176	14,9666	703,72	39408,1

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
225	50625	15,0000	706,86	39760,8
226	51076	15,0333	710,00	40115,0
227	51529	15,0665	713,14	40470,8
228	51984	15,0997	716,28	40828,1
229	52441	15,1327	719,42	41187,1
230	52900	15,1658	722,57	41547,6
231	53361	15,1987	725,71	41909,6
232	53824	15,2315	728,85	42273,3
233	54289	15,2643	731,99	42638,5
234	54756	15,2971	735,13	43005,3
235	55225	15,3297	738,27	43373,6
236	55696	15,3623	741,42	43743,5
237	56169	15,3948	744,56	44115,0
238	56644	15,4272	747,70	44488,1
239	57121	15,4596	750,84	44862,7
240	57600	15,4919	753,98	45238,9
241	58081	15,5242	757,12	45616,7
242	58564	15,5563	760,27	45996,1
243	59049	15,5885	763,41	46377,0
244	59536	15,6205	766,55	46759,5
245	60025	15,6525	769,69	47143,5
246	60516	15,6844	772,83	47529,2
247	61009	15,7162	775,97	47916,4
248	61504	15,7480	779,11	48305,1
249	62001	15,7797	782,26	48695,5

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
250	62500	15,8114	785,40	49087,4	**275**	75625	16,5831	863,94	59395,7
251	63001	15,8430	788,54	49480,9	**276**	76176	16,6132	867,08	59828,5
252	63504	15,8745	791,68	49875,9	**277**	76729	16,6433	870,22	60262,8
253	64009	15,9060	794,82	50272,6	**278**	77284	16,6733	873,36	60698,7
254	64516	15,9374	797,96	50670,7	**279**	77841	16,7033	876,50	61136,2
255	65025	15,9687	801,11	51070,5	**280**	78400	16,7332	879,65	61575,2
256	65536	16,0000	804,25	51471,9	**281**	78961	16,7631	882,79	62015,8
257	66049	16,0312	807,39	51874,8	**282**	79524	16,7929	885,93	62458,0
258	66564	16,0624	810,53	52279,2	**283**	80089	16,8226	889,07	62901,8
259	67081	16,0935	813,67	52685,3	**284**	80656	16,8523	892,21	63347,1
260	67600	16,1245	816,81	53092,9	**285**	81225	16,8819	895,35	63794,0
261	68121	16,1555	819,96	53502,1	**286**	81796	16,9115	898,50	64242,4
262	68644	16,1864	823,10	53912,9	**287**	82369	16,9411	901,64	64692,5
263	69169	16,2173	826,24	54325,2	**288**	82944	16,9706	904,78	65144,1
264	69696	16,2481	829,38	54739,1	**289**	83521	17,0000	907,92	65597,2
265	70225	16,2788	832,52	55154,6	**290**	84100	17,0294	911,06	66052,0
266	70756	16,3095	835,66	55571,6	**291**	84681	17,0587	914,20	66508,3
267	71289	16,3401	838,81	55990,2	**292**	85264	17,0880	917,35	66966,2
268	71824	16,3707	841,95	56410,4	**293**	85849	17,1172	920,49	67425,6
269	72361	16,4012	845,09	56832,2	**294**	86436	17,1464	923,63	67886,7
270	72900	16,4317	848,23	57255,5	**295**	87025	17,1756	926,77	68349,3
271	73441	16,4621	851,37	57680,4	**296**	87616	17,2047	929,91	68813,4
272	73984	16,4924	854,51	58106,9	**297**	88209	17,2337	933,05	69279,2
273	74529	16,5227	857,65	58534,9	**298**	88804	17,2627	936,19	69746,5
274	75076	18,5529	860,80	58964,6	**299**	89401	17,2916	939,34	70215,4

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
300	90000	17,3205	942,48	70685,8	325	105625	18,0278	1021,0	82957,7
301	90601	17,3494	945,62	71157,9	326	106276	18,0555	1024,2	83469,0
302	91204	17,3781	948,76	71631,5	327	106929	18,0831	1027,3	83981,8
303	91809	17,4069	951,90	72106,6	328	107584	18,1108	1030,4	84496,3
304	92416	17,4356	955,04	72583,4	329	108241	18,1384	1033,6	85012,3
305	93025	17,4642	958,19	73061,7	330	108900	18,1659	1036,7	85529,9
306	93636	17,4929	961,33	73541,5	331	109561	18,1934	1039,9	86049,0
307	94249	17,5214	946,47	74023,0	332	110224	18,2209	1043,0	86569,7
308	94864	17,5499	967,61	74506,0	333	110889	18,2483	1046,2	87092,0
309	95481	17,5784	970,75	74990,6	334	111556	18,2757	1049,3	87615,9
310	96100	17,6068	973,89	75476,8	335	112225	18,3030	1052,4	88141,3
311	96721	17,6352	977,04	75964,5	336	112896	18,3303	1055,6	88668,3
312	97344	17,6635	980,18	76453,8	337	113569	18,3576	1058,7	89196,9
313	97969	17,6918	983,32	76944,7	338	114244	18,3848	1061,9	89727,0
314	98596	17,7200	986,46	77437,1	339	114921	18,4120	1065,0	90258,7
315	99225	17,7482	989,60	77931,1	340	115600	18,4391	1067,1	90792,0
316	99856	17,7764	992,74	78426,7	341	116281	18,4662	1071,3	91326,9
317	100489	17,8045	995,88	78923,9	342	116964	18,4932	1074,4	91863,3
318	101124	17,8326	999,03	79422,6	343	117649	18,5203	1077,6	92401,3
319	101761	17,8606	1002,2	79922,9	344	118336	18,5472	1080,7	92940,9
320	102400	17,8885	1005,3	80424,8	345	119025	18,5742	1083,8	93482,0
321	103041	17,9165	1008,5	80928,2	346	119716	18,6011	1087,0	94024,7
322	103684	17,9444	1011,6	81433,2	347	120409	18,6279	1090,1	94569,0
323	104329	17,9722	1014,7	81939,8	348	121104	18,6548	1093,3	95114,9
324	104976	18,0000	1017,9	82448,0	349	121801	18,6815	1096,4	95662,3

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
350	122500	18,7083	1099,6	96211,3
351	123201	18,7350	1102,7	96761,8
352	123904	18,7617	1105,8	97314,0
353	124609	18,7883	1109,0	97867,7
354	125316	18,8149	1112,1	98423,0
355	126025	18,8414	1115,3	98979,8
356	126736	18,8680	1118,4	99538,2
357	127449	18,8944	1121,5	100098
358	128164	18,9209	1124,7	100660
359	128881	18,9473	1127,8	101223
360	129600	18,9737	1131,0	101788
361	130321	19,0000	1134,1	102354
362	131044	19,0263	1137,3	102922
363	131769	19,0526	1140,4	103491
364	132496	19,0788	1143,5	104062
365	133225	19,1050	1146,7	104635
366	133956	19,1311	1149,8	105209
367	134689	19,1572	1153,0	105785
368	135424	19,1833	1156,1	106362
369	136161	19,2094	1159,2	106941
370	136900	19,2354	1162,4	107521
371	137641	19,2614	1165,5	108103
372	138384	19,2873	1168,7	108687
373	139129	19,3132	1171,8	109272
374	139876	19,3391	1175,0	109858

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
375	[illegible]	19,3649	1178,1	110447
376	[illegible]	19,3907	1181,2	111036
377	[illegible]	19,4165	1184,4	111628
378	142884	19,4422	1187,5	112221
379	143641	19,4679	1190,7	112815
380	144400	19,4936	1193,8	113411
381	145161	19,5192	1196,9	114009
382	145924	19,5448	1200,1	114608
383	146689	19,5704	1203,2	115209
384	147456	19,5959	1206,4	115812
385	148225	19,6214	1209,5	116416
386	148996	19,6469	1212,7	117021
387	149769	19,6723	1215,8	117628
388	150544	19,6977	1218,9	118237
389	151321	19,7231	1222,1	118847
390	152100	19,7484	1225,2	119459
391	152881	19,7737	1228,4	120072
392	153664	19,7990	1231,5	120687
393	154449	19,8242	1234,6	121304
394	155236	19,8494	1237,8	121922
395	156025	19,8746	1240,9	122542
396	156816	19,8997	1244,1	123163
397	157609	19,9249	1247,2	123786
398	158404	19,9499	1250,4	124410
399	159201	19,9750	1253,5	125036

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
400	160000	20,0000	1256,6	125664	425	180625	20,6155	1335,2	141863
401	160801	20,0250	1259,8	126293	426	181476	20,6398	1338,3	142531
402	161604	20,0499	1262,9	126923	427	182329	20,6640	1341,5	143201
403	162409	20,0749	1266,1	127556	428	183184	20,6882	1344,6	143872
404	163216	20,0998	1269,2	128190	429	184041	20,7123	1347,7	144545
405	164025	20,1246	1272,3	128825	430	184900	20,7364	1350,9	145220
406	164836	20,1494	1275,5	129462	431	185761	20,7605	1354,0	145896
407	165649	20,1742	1278,6	130100	432	186624	20,7846	1357,2	146574
408	166464	20,1990	1281,8	130741	433	187489	20,8087	1360,3	147254
409	167281	20,2237	1284,9	131382	434	188356	20,8327	1363,5	147934
410	168100	20,2485	1288,1	132025	435	189225	20,8567	1366,6	148617
411	168921	20,2731	1291,2	132670	436	190096	20,8806	1369,7	149301
412	169744	20,2978	1294,3	133317	437	190969	20,9045	1372,9	149987
413	170569	20,3224	1297,5	133965	438	191844	20,9284	1376,0	150674
414	171396	20,3470	1300,6	134614	439	192721	20,9523	1379,2	151363
415	172225	20,3715	1303,8	135265	440	193600	20,9762	1382,3	152053
416	173056	20,3961	1306,9	135918	441	194481	21,0000	1385,4	152745
417	173889	20,4206	1310,0	136572	442	195364	21,0238	1388,6	153439
418	174724	20,4450	1313,2	137228	443	196249	21,0476	1391,7	154134
419	175561	20,4695	1316,3	137885	444	197136	21,0713	1394,9	154830
420	176400	20,4939	1319,5	138544	445	198025	21,0950	1398,0	155528
421	177241	20,5183	1322,6	139205	446	198916	21,1187	1401,2	156228
422	178084	20,5426	1325,8	139867	447	199809	21,1424	1404,3	156930
423	178929	20,5670	1328,9	140531	448	200704	21,1660	1407,4	157633
424	179776	20,5913	1332,0	141196	449	201601	21,1896	1410,6	158337

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
450	202500	21,2132	1413,7	159043	475	[illegible]	21,7945	1492,3	177205
451	203401	21,2368	1416,9	159751	476	[illegible]	21,8174	1495,4	177952
452	204304	21,2603	1420,0	160460	477	[illegible]	21,8403	1498,5	178701
453	205209	21,2838	1423,1	161171	478	[illegible]	21,8632	1501,7	179451
454	206116	21,3073	1426,3	161883	479	[illegible]	21,8861	1504,8	180203
455	207025	21,3307	1429,4	162597	480	230400	21,9089	1508,0	180956
456	207936	21,3542	1432,6	163313	481	231361	21,9317	1511,1	181711
457	208849	21,3776	1435,7	164030	482	232324	21,9545	1514,2	182467
458	209764	21,4009	1438,8	164748	483	233289	21,9773	1517,4	183225
459	210681	21,4243	1442,0	165468	484	234256	22,0000	1520,5	183984
460	211600	21,4476	1445,1	166190	485	235225	22,0227	1523,7	184745
461	212521	21,4709	1448,3	166914	486	236196	22,0454	1526,8	185508
462	213444	21,4942	1451,4	167639	487	237169	22,0681	1530,0	186272
463	214369	21,5174	1454,6	168365	488	238144	22,0907	1533,1	187038
464	215296	21,5407	1457,7	169093	489	239121	22,1133	1536,2	187805
465	216225	21,5639	1460,8	169823	490	240100	22,1359	1539,4	188574
466	217156	21,5870	1464,0	170554	491	241081	22,1585	1542,5	189345
467	218089	21,6102	1467,1	171287	492	242064	22,1811	1545,7	190117
468	219024	21,6333	1470,3	172021	493	243049	22,2036	1548,8	190890
469	219961	21,6564	1473,4	172757	494	244036	22,2261	1551,9	191665
470	220900	21,6795	1476,5	173494	495	245025	22,2486	1555,1	192442
471	221841	21,7025	1479,7	174234	496	246016	22,2711	1558,2	193221
472	222784	21,7256	1482,8	174974	497	247009	22,2935	1561,4	194000
473	223729	21,7486	1486,0	175716	498	248004	22,3159	1564,5	194782
474	224676	21,7715	1489,1	176460	499	249001	22,3383	1567,7	195565

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
500	250000	22,3607	1570,8	196350	525	275625	22,9129	1649,3	216475
501	251001	22,3830	1573,9	197136	526	276676	22,9347	1652,5	217301
502	252004	22,4054	1577,1	197923	527	277729	22,9565	1655,6	218128
503	253009	22,4277	1580,2	198713	528	278784	22,9783	1658,8	218956
504	254016	22,4499	1583,4	199504	529	279841	23,0000	1661,9	219787
505	255025	22,4722	1586,5	200296	530	280900	23,0217	1665,0	220618
506	256036	22,4944	1589,6	201090	531	281961	23,0434	1668,2	221452
507	257049	22,5167	1592,8	201886	532	283024	23,0651	1671,3	222287
508	258064	22,5389	1595,9	202683	533	284089	23,0868	1674,5	223123
509	259081	22,5610	1599,1	203482	534	285156	23,1084	1677,6	223961
510	260100	22,5832	1602,2	204282	535	286225	23,1301	1680,8	224801
511	261121	22,6053	1605,4	205084	536	287296	23,1517	1683,9	225642
512	262144	22,6274	1608,5	205887	537	288369	23,1733	1687,0	226484
513	263169	22,6495	1611,6	206692	538	289444	23,1948	1690,2	227329
514	264196	22,6716	1614,8	207499	539	290521	23,2164	1693,3	228175
515	265225	22,6936	1617,9	208307	540	[illegible]	23,2379	1696,5	229022
516	266256	22,7156	1621,1	209117	541	[illegible]	23,2594	1699,6	229871
517	267289	22,7376	1624,2	209928	542	[illegible]	23,2809	1702,7	230722
518	268324	22,7596	1627,3	210741	543	[illegible]	23,3024	1705,9	231574
519	269361	22,7816	1630,5	211556	544	[illegible]	23,3238	1709,0	232428
520	270400	22,8035	1633,6	212372	545	[illegible]	23,3452	1712,2	233283
521	271441	22,8254	1636,8	213189	546	298116	23,3666	1715,3	234140
522	272484	22,8473	1639,9	214008	547	299209	23,3880	1718,5	234998
523	273529	22,8692	1643,1	214829	548	300304	23,4094	1721,6	235858
524	274576	22,8910	1646,2	215651	549	301401	23,4307	1724,7	236720

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
550	302500	23,4521	1727,9	237583	575	330625	23,9792	1806,4	259672
551	303601	23,4734	1731,0	238448	576	331776	24,0000	1809,6	260576
552	304704	23,4947	1734,2	239314	577	332929	24,0208	1812,7	261482
553	305809	23,5160	1737,3	240182	578	334084	24,0416	1815,8	262389
554	306916	23,5372	1740,4	241051	579	335241	24,0624	1819,0	263298
555	308025	23,5584	1743,6	241922	580	336400	24,0832	1822,1	264208
556	309136	23,5797	1746,7	242795	581	337561	24,1039	1825,3	265120
557	310249	23,6008	1749,9	243669	582	338724	24,1247	1828,4	266033
558	311364	23,6220	1753,0	244545	583	339889	24,1454	1831,6	266948
559	312481	23,6432	1756,2	245422	584	341056	24,1661	1834,7	267865
560	313600	23,6643	1759,3	246301	585	342225	24,1868	1837,8	268783
561	314721	23,6854	1762,4	247181	586	343396	24,2074	1841,0	269703
562	315844	23,7065	1765,6	248063	587	344569	24,2281	1844,1	270624
563	316969	23,7276	1768,7	248947	588	345744	24,2487	1847,3	271547
564	318096	23,7487	1771,9	249832	589	346921	24,2693	1850,4	272471
565	319225	23,7697	1775,0	250719	590	348100	24,2899	1853,5	273397
566	320356	23,7908	1778,1	251607	591	349281	24,3105	1856,7	274325
567	321489	23,8118	1781,3	252497	592	350464	24,3311	1859,8	275254
568	322624	23,8328	1784,4	253388	593	351649	24,3516	1863,0	276184
569	323761	23,8537	1787,6	254281	594	352836	24,3721	1866,1	277117
570	324900	23,8747	1790,7	255176	595	354025	24,3926	1869,2	278051
571	326041	23,8956	1793,8	256072	596	355216	24,4131	1872,4	278986
572	327184	23,9165	1797,0	256970	597	356409	24,4336	1875,5	279923
573	328329	23,9374	1800,1	257869	598	357604	24,4540	1878,7	280862
574	329476	23,9583	1803,3	258770	599	358801	24,4745	1881,8	281802

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
600	360000	24,4949	1885,0	282743	625	390625	25,0000	1963,5	306796
601	361201	24,5153	1888,1	283687	626	391876	25,0200	1966,6	307779
602	362404	24,5357	1891,2	284631	627	393129	25,0400	1969,8	308763
603	363609	24,5561	1894,4	285578	628	394384	25,0599	1972,9	309748
604	364816	24,5764	1897,5	286526	629	395641	25,0799	1976,1	310736
605	366025	24,5967	1900,7	287475	630	396900	25,0998	1979,2	311725
606	367236	24,6171	1903,8	288426	631	398161	25,1197	1982,3	312715
607	368449	24,6374	1906,9	289379	632	399424	25,1396	1985,5	313707
608	369664	24,6577	1910,1	290333	633	400689	25,1595	1988,6	314700
609	370881	24,6779	1913,2	291289	634	401956	25,1794	1991,8	315696
610	372100	24,6982	1916,4	292247	635	403225	25,1992	1994,9	316692
611	373321	24,7184	1919,5	293206	636	404496	25,2190	1998,1	317690
612	374544	24,7386	1922,7	294166	637	405769	25,2389	2001,2	318690
613	375769	24,7588	1925,8	295128	638	407044	25,2587	2004,3	319692
614	376996	24,7790	1928,9	296092	639	408321	25,2784	2007,5	320695
615	378225	24,7992	1932,1	297057	640	409600	25,2982	2010,6	321699
616	379456	24,8193	1935,2	298024	641	410881	25,3180	2013,8	322705
617	380689	24,8395	1938,4	298992	642	412164	25,3377	2016,9	323713
618	381924	24,8596	1941,5	299962	643	413449	25,3574	2020,0	324722
619	383161	24,8797	1944,6	300934	644	414736	25,3772	2023,2	325733
620	384400	24,8998	1947,8	301907	645	416025	25,3969	2026,3	326745
621	385641	24,9199	1950,9	302882	646	417316	25,4165	2029,5	327759
622	386884	24,9399	1954,1	303858	647	418609	25,4362	2032,6	328775
623	388129	24,9600	1957,2	304836	648	419904	25,4558	2035,8	329792
624	389376	24,9800	1960,4	305815	649	421201	25,4755	2038,9	330810

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
650	422500	25,4951	2042,0	331831
651	423801	25,5147	2045,2	332853
652	425104	25,5343	2048,3	333876
653	426409	25,5539	2051,5	334901
654	427716	25,5734	2054,6	335927
655	429025	25,5930	2057,7	336955
656	430336	25,6125	2060,9	337985
657	431649	25,6320	2064,0	339016
658	432964	25,6515	2067,2	340049
659	434281	25,6710	2070,3	341083
660	435600	25,6905	2073,5	342119
661	436921	25,7099	2076,6	343157
662	438244	25,7294	2079,7	344196
663	439569	25,7488	2082,9	345237
664	440896	25,7682	2086,0	346279
665	442225	25,7876	2089,2	347323
666	443556	25,8070	2092,3	348368
667	444889	25,8263	2095,4	349415
668	446224	25,8457	2098,6	350464
669	447561	25,8650	2101,7	351514
670	448900	25,8844	2104,9	352565
671	450241	25,9037	2108,0	353618
672	451584	25,9230	2111,2	354673
673	452929	25,9422	2114,3	355730
674	454276	25,9615	2117,4	356788

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
675	455625	25,9808	2120,6	357847
676	456976	26,0000	2123,7	358908
677	458329	26,0192	2126,9	359971
678	459684	26,0384	2130,0	361035
679	461041	26,0576	2133,1	362101
680	462400	26,0768	2136,3	363168
681	463761	26,0960	2139,4	364237
682	465124	26,1151	2142,6	365308
683	466489	26,1343	2145,7	366380
684	467856	26,1534	2148,8	367453
685	469225	26,1725	2152,0	368528
686	470596	26,1916	2155,1	369605
687	471969	26,2107	2158,3	370684
688	473344	26,2298	2161,4	371764
689	474721	26,2488	2164,6	372845
690	476100	26,2679	2167,7	373928
691	477481	26,2869	2170,8	375013
692	478864	26,3059	2174,0	376099
693	480249	26,3249	2177,1	377187
694	481636	26,3439	2180,3	378276
695	483025	26,3629	2183,4	379367
696	484416	26,3818	2186,5	380459
697	485809	26,4008	2189,7	381553
698	487204	26,4197	2192,8	382694
699	488601	26,4386	2196,0	383746

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
700	490000	26,4575	2199,1	384845	725	525625	26,9258	2277,7	412825
701	491401	26,4764	2202,3	385945	726	527076	26,9444	2280,8	413965
703	494209	26,5141	2205,4	387047	727	528529	26,9629	2283,9	415106
702	492804	26,4953	2208,5	388151	728	529984	26,9815	2287,1	416248
704	495616	26,5330	2211,7	389256	729	531441	27,0000	2290,2	417393
705	497025	26,5518	2214,8	390363	730	532900	27,0185	2293,4	418539
706	498436	26,5707	2218,0	391471	731	534361	27,0370	2296,5	419686
707	499849	26,5895	2221,1	392580	732	535824	27,0555	2299,6	420835
708	501264	26,6083	2224,2	393692	733	537289	27,0740	2302,8	421986
709	502681	26,6271	2227,4	394805	734	538756	27,0924	2305,9	423138
710	504100	26,6458	2230,5	395919	735	540225	27,1109	2309,1	424293
711	505521	26,6646	2233,7	397035	736	541696	27,1293	2312,2	425447
712	506944	26,6833	2236,8	398153	737	543169	27,1477	2315,4	426604
713	508369	26,7021	2240,0	399272	738	544644	27,1662	2318,5	427762
714	509796	26,7208	2243,1	400393	739	546121	27,1846	2321,6	428922
715	511225	26,7395	2246,2	401515	740	547600	27,2029	2324,8	430084
716	512656	26,7582	2249,4	402639	741	549081	27,2213	2327,9	431247
717	514089	26,7769	2252,5	403765	742	550564	27,2397	2331,1	432412
718	515524	26,7955	2255,7	404892	743	552049	27,2580	2334,2	433578
719	516961	26,8142	2258,8	406020	744	553536	27,2764	2337,3	434746
720	518400	26,8328	2261,9	407150	745	555025	27,2947	2340,5	435916
721	519841	26,8514	2265,1	408282	746	556516	27,3130	2343,6	437087
722	521284	26,8701	2268,2	409415	747	558009	27,3313	2346,8	438259
723	522729	26,8887	2271,4	410550	748	559504	27,3496	2349,9	439433
724	524176	26,9072	2274,5	411687	749	561001	27,3679	2353,1	440609

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
750	562500	27,3861	2356,2	441786	775	600625	27,8388	2434,7	471730
751	564001	27,4044	2359,3	442965	776	602176	27,8568	2437,9	472948
752	565504	27,4226	2362,5	444146	777	603729	27,8747	2441,0	474168
753	567009	27,4408	2365,6	445328	778	605284	27,8927	2444,2	475389
754	568516	27,4591	2368,8	446511	779	606841	27,9106	2447,3	476612
755	570025	27,4773	2371,9	447697	780	608400	27,9285	2450,4	477836
756	571536	27,4955	2375,0	448883	781	609961	27,9464	2453,6	479062
757	573049	27,5136	2378,2	450072	782	611524	27,9643	2456,7	480290
758	574564	27,5318	2381,3	451262	783	613089	27,9821	2459,9	481519
759	576081	27,5500	2384,5	452453	784	614656	28,0000	2463,0	482750
760	577600	27,5681	2387,6	453646	785	616225	28,0179	2466,2	483982
761	579121	27,5862	2390,8	454841	786	617796	28,0357	2469,3	485216
762	580644	27,6043	2393,9	456037	787	619369	28,0535	2472,4	486451
763	582169	27,6225	2397,0	457234	788	620944	28,0713	2475,6	487688
764	583696	27,6405	2400,2	458434	789	622521	28,0891	2478,7	488927
765	585225	27,6586	2403,3	459635	790	624100	28,1069	2481,9	490167
766	586756	27,6767	2406,5	460837	791	625681	28,1247	2485,0	491409
767	588289	27,6948	2409,6	462041	792	627264	28,1425	2488,1	492652
768	589824	27,7128	2412,7	463247	793	628849	28,1603	2491,3	493897
769	591361	27,7308	2415,9	464454	794	630436	28,1780	2494,4	495143
770	592900	27,7489	2419,0	465663	795	632025	28,1957	2497,6	496391
771	594441	27,7669	2422,2	466873	796	633616	28,2135	2500,7	497641
772	595984	27,7849	2425,3	468085	797	635209	28,2312	2503,8	498892
773	597529	27,8029	2428,5	469298	798	636804	28,2489	2507,0	500145
774	599076	27,8209	2431,6	470513	799	638401	28,2666	2510,1	501399

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
800	640000	28,2843	2513,3	502655	825	680625	28,7228	2591,8	534562
801	641601	28,3019	2516,4	503912	826	682276	28,7402	2595,0	535858
802	643204	28,3196	2519,6	505171	827	683929	28,7576	2598,1	537157
803	644809	28,3373	2522,7	506432	828	685584	28,7750	2601,2	538456
804	646416	28,3549	2525,8	507694	829	687241	28,7924	2604,4	539758
805	648025	28,3725	2529,0	508958	830	688900	28,8097	2607,5	541061
806	649636	28,3901	2532,1	510223	831	690561	28,8271	2610,7	542365
807	651249	28,4077	2535,3	511490	832	692224	28,8444	2613,8	543671
808	652864	28,4253	2538,4	512758	833	693889	28,8617	2616,9	544979
809	654481	28,4429	2541,5	514028	834	695556	28,8791	2620,1	546288
810	656100	28,4605	2544,7	515300	835	697225	28,8964	2623,2	547599
811	657721	28,4781	2547,8	516573	836	698896	28,9137	2626,4	548912
812	659344	28,4956	2551,0	517848	837	700569	28,9310	2629,5	550226
813	660969	28,5132	2554,1	519124	838	702244	28,9482	2632,7	551541
814	662596	28,5307	2557,3	520402	839	703921	28,9655	2635,8	552858
815	664225	28,5482	2560,4	521681	840	705600	28,9828	2638,9	554177
816	665856	28,5657	2563,5	522962	841	707281	29,0000	2642,1	555497
817	667489	28,5832	2566,7	524245	842	708964	29,0172	2645,2	556819
818	669124	28,6007	2569,8	525529	843	710649	29,0345	2648,4	558142
819	670761	28,6182	2573,0	526814	844	712336	29,0517	2651,5	559467
820	672400	28,6356	2576,1	528102	845	714025	29,0689	2654,6	560794
821	674041	28,6531	2579,2	529391	846	715716	29,0861	2657,8	562122
822	675684	28,6705	2582,4	530681	847	717409	29,1033	2660,9	563452
823	677329	28,6880	2585,5	531973	848	719104	29,1204	2664,1	564783
824	678976	28,7054	2588,7	533267	849	720801	29,1376	2667,2	566116

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
850	722500	29,1548	2670,4	567450
851	724201	29,1719	2673,5	568786
852	725904	29,1890	2676,6	570124
853	727609	29,2062	2679,8	571463
854	729316	29,2233	2682,9	572803
855	731025	29,2404	2686,1	574146
856	732736	29,2575	2689,2	575490
857	734449	29,2746	2692,3	576835
858	736164	29,2916	2695,5	578182
859	737881	29,3087	2698,6	579530
860	739600	29,3258	2701,8	580880
861	741321	29,3428	2704,9	582232
862	743044	29,3598	2708,1	583585
863	744769	29,3769	2711,2	584940
864	746496	29,3939	2714,3	586297
865	748225	29,4109	2717,5	587655
866	749956	29,4279	2720,6	589014
867	751689	29,4449	2723,8	590375
868	753424	29,4618	2726,9	591738
869	755161	29,4788	2730,0	593102
870	756900	29,4958	2733,2	594468
871	758641	29,5127	2736,3	595835
872	760384	29,5296	2739,5	597204
873	762129	29,5466	2742,6	598575
874	763876	29,5635	2745,8	599947

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
875	[illegible]	29,5804	2748,9	601320
876	[illegible]	29,5973	2752,0	602696
877	[illegible]	29,6142	2755,2	604073
878	[illegible]	29,6311	2758,3	605451
879	[illegible]	29,6479	2761,5	606831
880	774400	29,6648	2764,6	608212
881	776161	29,6816	2767,7	609595
882	777924	29,6985	2770,9	610980
883	779689	29,7153	2774,0	612366
884	781456	29,7321	2777,2	613754
885	783225	29,7489	2780,3	615143
886	784996	29,7658	2783,5	616534
887	786769	29,7825	2786,6	617927
888	788544	29,7993	2789,7	619321
889	790321	29,8161	2792,9	620717
890	792100	29,8329	2796,0	622114
891	793881	29,8496	2799,2	623513
892	795664	29,8664	2802,3	624913
893	797449	29,8831	2805,4	626315
894	799236	29,8998	2808,6	627718
895	801025	29,9166	2811,7	629124
896	802816	29,9333	2814,9	630530
897	804609	29,9500	2818,0	631938
898	806404	29,9666	2821,2	633348
899	808201	29,9833	2824,3	634760

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
900	810000	30,0000	2827,4	636173
901	811801	30,0167	2830,6	637587
902	813604	30,0333	2833,7	639003
903	815409	30,0500	2836,9	640421
904	817216	30,0666	2840,0	641840
905	819025	30,0832	2843,1	643261
906	820836	30,0998	2846,3	644683
907	822649	30,1164	2849,4	646107
908	824464	30,1330	2852,6	647533
909	826281	30,1496	2855,7	648960
910	828100	30,1662	2858,8	650388
911	829921	30,1828	2862,0	651818
912	831744	30,1993	2865,1	653250
913	833569	30,2159	2868,3	654684
914	835396	30,2324	2871,4	656118
915	837225	30,2490	2874,6	657555
916	839056	30,2655	2877,7	658993
917	840889	30,2820	2880,8	660433
918	842724	30,2985	2884,0	661874
919	844561	30,3150	2887,1	663317
920	846400	30,3315	2890,3	664761
921	848241	30,3480	2893,4	666207
922	850084	30,3645	2896,5	667654
923	851929	30,3809	2899,7	669103
924	853776	30,3974	2902,8	670554

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
925	855625	30,4138	2906,0	672006
926	857476	30,4302	2909,1	673460
927	859329	30,4467	2912,3	674915
928	861184	30,4631	2915,4	676372
929	863041	30,4795	2918,5	677831
930	864900	30,4959	2921,7	679291
931	866761	30,5123	2924,8	680752
932	868624	30,5287	2928,0	682216
933	870489	30,5450	2931,1	683680
934	872356	30,5614	2934,2	685147
935	874225	30,5778	2937,4	686615
936	876096	30,5941	2940,5	688084
937	877969	30,6105	2943,7	689555
938	879844	30,6268	2946,8	691028
939	881721	30,6431	2950,0	692502
940	883600	30,6594	2953,1	693978
941	885481	30,6757	2956,2	695455
942	887364	30,6920	2959,4	696934
943	889249	30,7083	2962,5	698415
944	[illegible]	30,7246	2965,7	699897
945	[illegible]	30,7409	2968,8	701380
946	[illegible]	30,7571	2971,9	702865
947	[illegible]	30,7734	2975,1	704352
948	898704	30,7896	2978,2	705840
949	900601	30,8058	2981,4	707330

d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	d	d^2	$\sqrt{d}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
950	902500	30,8221	2984,5	708822	975	[illegible]	31,2250	3063,1	746619
951	904401	30,8383	2987,7	710315	976	[illegible]	31,2410	3066,2	748151
952	906304	30,8545	2990,8	711809	977	[illegible]	31,2570	3069,3	749685
953	908209	30,8707	2993,9	713306	978	[illegible]	31,2730	3072,5	751221
954	910116	30,8869	2997,1	714803	979	958441	31,2890	3075,6	752758
955	912025	30,9031	3000,2	716303	980	960400	31,3050	3078,8	754296
956	913936	30,9192	3003,4	717804	981	962361	31,3209	3081,9	755837
957	915849	30,9354	3006,5	719306	982	964324	31,3369	3085,0	757378
958	917764	30,9516	3009,6	720810	983	966289	31,3528	3088,2	758922
959	919681	30,9677	3012,8	722316	984	968256	31,3688	3091,3	760466
960	921600	30,9839	3015,9	723823	985	970225	31,3847	3094,5	762013
961	923521	31,0000	3019,1	725332	986	972196	31,4006	3097,6	763561
962	925444	31,0161	3022,2	726842	987	974169	31,4166	3100,8	765111
963	927369	31,0322	3025,4	728354	988	976144	31,4325	3103,9	766662
964	929296	31,0483	3028,5	729867	989	978121	31,4484	3107,0	768214
965	931225	31,0644	3031,6	731382	990	980100	31,4643	3110,2	769769
966	933156	31,0805	3034,8	732899	991	982081	31,4802	3113,3	771325
967	935089	31,0966	3037,9	734417	992	984064	31,4960	3116,5	772882
968	937024	31,1127	3041,1	735937	993	986049	31,5119	3119,6	774441
969	938961	31,1288	3044,2	737458	994	988036	31,5278	3122,7	776002
970	940900	31,1448	3047,3	738981	995	990025	31,5436	3125,9	777564
971	942841	31,1609	3050,5	740506	996	992016	31,5595	3129,0	779128
972	944784	31,1769	3053,6	742032	997	994009	31,5753	3132,2	780693
973	946729	31,1929	3056,8	743559	998	996004	31,5911	3135,3	782260
974	948676	31,2090	3059,9	745088	999	998001	31,6070	3138,5	783828

42. Stichwortverzeichnis

Absoluter Pegel 302
Akkumulatoren 59
Alphabet, griechisches 11
Amperesekunde 67
Amperestunden (Akku) 59
Ankerbelastung (Relais) 271
Anodenbelastung 229
Anodenverlustleistung 229
Anodenwechselleistung 229
Anpassungstransformator, Berechnung 233
Anpassungswiderstände des Transistors 243
Ansprechdurchflutung 267
Antennenanlagen 307
Arbeit, elektrische 35
Ausgangsübertragung, Berechnung 233
Ausgangswiderstand des Transistors 242

Barkhausensche Röhrenformel 211
Basisspannungsteiler 255
Basiswiderstand 254
Batterien 61
Belastbarkeit v. Kupferleitern (Tabelle) 316
Beleuchtungsstärke 204, 207
Beleuchtungswirkungsgrade (Tabellen) 208, 209
Bereichseinengung (Schwingungskreis) 158
Bereichserweiterung von Meßgeräten 190
Bestimmung des Fehlerorts 277
Blindleistung, induktive 108
Blindleistung, kapazitive 124
Blindleistungskompensation 185
Blindleitwert des Kondensators 126
Blindleitwert der Spule 99 ff.
Blindwiderstand des Kondensators 125
Blindwiderstand der Spule 94 ff.
Bogenmaß 21
Brückenschaltung (Gleichrichter) 173
B-Verstärker (Transistoren) 264

Chemische Spannungsquellen 56
Cosinus 29
Cos-sin-Tabelle 320
Coulomb 67

Dämpfungsglieder	285
Dämpfungstabelle (Dezibel)	314
Dämpfungstabelle (Neper)	306
dB-Tabelle	314
Dezibel	289
Dezibel und Neper (Umrechnung)	304
Drehkondensator-Variation	156
Drehstromgrundlagen	87
Drehstromleistung bei Phasenverschiebung	93
Dreiecksberechnung mit Winkelfunktionen	29
Dreieckschaltung	89
Drosselspulen, Berechnung	180
Durchflutung	48
Durchgriff der Röhre	211
Durchmessertabelle	324
Effektivwert	76
Einengung des Abstimmbereichs	158
Eingangswiderstand von Transistoren	242
Eisendiagramm	49
Elektrische Arbeit	35
Elektrische Leistung	31
Elektrizitätsmenge	67
Elemente, chemische	57
Elektrizitätszähler	197
Emitterkondensator	260
Emitterwiderstand	260
Endstufen-Transistor	261
Energie (Kondensatorladung)	75
Entladung von Kondensatoren	69
Erregerdurchflutung	267
Erwärmung von Wasser	45
Fehlerortsbestimmung	277
Feldstärke, magnetische	48
Fernsehantennen	307
Flächenberechnung	22
Fluß, magnetischer	50
Flußdichte-Diagramm	49
Flußdichte, magnetische	48
Frequenz	80
Frequenz und Wellenlänge	150

Gauß	49
Gemeinschaftsantennen	310
Gewichtsberechnung	28
Gitterwiderstand	218
Glättung	174
Glättungskondensator	174
Gleichrichter	171
Gleichrichterschaltungen	172
Griechisches Alphabet	11
Gruppenschaltung von Elementen	63
Heißleiter	40
Heizung, elektrische	47
Hertz	80
Inhaltsverzeichnis	5
Induktivität	94
Innerer Widerstand der Röhre	211
Kabelmessung (Fehlerortsbestimmung)	277
Kalorie	45
Kapazität von Akkumulatoren	59
Kapazitätsvariation (Drehko)	156
Kapazitiver Blindstrom	124
Kapazitiver Blindleitwert	122
Kapazitiver Blindwiderstand	122
Katodenkondensator	216
Katodenwiderstand (Triode)	216
Katodenwiderstand (Pentode)	224
Kennlinienfelder	
— der Triode	220
— der Pentode	225, 230
— des Transistors	249, 261
Klemmenspannung	46
Kompensation	185
Kondensator-Energie	74
Kondensator-Entladung	69
Kondensator-Ladung	66
Kondensator im Wechselstromkreis	122
Kondensator und Wirkwiderstand in Parallelschaltung	131

Kondensator und Wirkwiderstand in Reihenschaltung	128
Kondensatorschaltungen	126
Kontaktbestückung (Relais)	271
Koppelkondensator	218
Körperberechnung	26
Kraftwirkung, magnetische	53
Kreisberechnung (Zahlentafeln)	324
Kubenskala (Rechenstab)	16, 17
Kubikwurzel (Rechenstab)	16, 17
Kupferleiter, Querschnitt und Belastbarkeit	316
Ladefaktor	68
Ladefaktortabelle	76
Ladekondensator (Glättung)	174
Ladestrom	67
Ladung von Kondensatoren	66
Lampen-Lichtströme	206
Leistung, elektrische	31
Leistung bei Drehstrom	88, 89, 91
Leistung bei Komplexwiderständen	108
Leistung im kapazitiven Kreis	124
Leistungspentoden	228
Leistungstransistoren	244
Leiterwiderstand	36
Leitwert	36
L-Glieder	238
Lichtstrom	204
Lichttechnik	204
Logarithmen, dekadische (Rechenstab)	17
Lumen	204
Lux	204
Magnetischer Fluß	50
Magnetische Flußdichte	48
Magnetische Kraftwirkung	53
Magnetischer Kreis	48
Magnetische Relais	267
Massekerne für HF-Spulen	153
Mathematische Zeichen	10
Maximalwert	79

Maxwell 51
Meßbrücke 196
Meßfehler 188
Meßgeräte-Bereichserweiterung 190
Meßgeräte-Skalenablesung 187
Meßleitungen für Meßwandler 200
Meßtechnik 187
Meßwandler 198
Mischgröße 83
Mischspannung 82
Mischstrom 82

Natürliche Logarithmen 19
Nebenwiderstand bei Meßgeräten 192
Nennquerschnitte und Belastbarkeit von Kupferleitern 316
Neper 296
Neper-Tabelle 306
Netzkompensation 185
Netztransformatoren 164

Ohmsches Gesetz 31

Parallel-Ersatzschaltung der Spule 99
Parallelkondensator zum Drehko 157
Parallelschaltung von Elementen 62
Parallelschaltung von
— Elementen 62
— Kondensatoren 126
— Kondensator und Wirkwiderstand 131
— Spulen 115
— Spule und Wirkwiderstand 118
— Spule, Kondensator und Wirkwiderstand 143
— Widerständen 43
Parallelschwingungskreis (Stromresonanz) 147
Parallelwiderstand beim Meßgerät 192
Pegel 302
Primärelemente 56
Pentoden 222
Periode 80
Permeabilität 48

Potenzen (Rechenstab)	18
Potenzen der Zahl e (Rechenstab)	18
Pythagoreischer Lehrsatz	94
Querschnittstabelle von Kupferleitern	316
Raumheizung	47
Rechenstab	14
Reihen-Ersatzschaltung der Spule	95
Reihenschaltung von	
— Elementen	61
— Kondensatoren	126
— Kondensator und Wirkwiderstand	128
— Spulen	110
— Spule und Wirkwiderstand	113
— Kondensator, Spule und Wirkwiderstand	134
— Widerständen	41
Reihenschwingungskreis (Spannungsresonanz)	138
Relais, magnetisches	267
Resonanz	138, 147
Resonanzfrequenz und Windungszahl	155
Röhrendaten, statische	211
Scheinleistung	108
Scheinleitwert der Spule	99
Scheinwiderstand der Spule	95
Scheitelwert	79
Schirmgitterkondensator	223
Schirmgitterwiderstand	223
Schwingkreisformeln	151
Schwingungsformel, Thomsonsche	140
Serienkondensator zum Drehko	157
Siebfaktor	176
Siebkondensator	176
Siebung	175
Sinus	29
sin-cos-Tabelle	320
Skalenablesung (Meßgeräte)	187
Spannungsresonanz	138
Spannungswandler	199
Spannungsverstärkung bei Transistoren	244, 253
Spezifischer Leitwert	37

Spezifischer Widerstand	36
Spulenberechnung	153
Spulen	95
Spulen in Parallelschaltung	115
Spulen in Reihenschaltung	110
Spule und Wirkwiderstand in Parallelschaltung	118
Spule und Wirkwiderstand in Reihenschaltung	113
Stabilisierung von Transistorschaltungen	257
Steilheit der Röhre	211
Sternschaltung	87
Stern-Dreieck-Schaltung	92
Strangspannung	87
Strangstrom	87
Ströme im induktiven Kreis	105
Stromresonanz	147
Stromverstärkung (Transistor)	243
Stromwandler	198
Stromwärme	45
Tabellen u. Diagramme (Verzeichnis)	351
Tabelle der Winkelfunktionen	320
Tafeln: Quadrieren, Wurzelziehen, Kreisberechnung	324
Temperaturkoeffizient	38,39
Tesla	49
Thomsonsche Schwingungsformel	140
Transformator-Berechnung	164
Transistoren	240
Transistor-Betriebsgrößen	242
Transistor-Endstufen	261
Temperatur und Widerstandswert	39
Trigonometrische Skalen (Rechenstab)	20
T-Glieder	286
Triode	211
Triode in RC-Kopplung	214
Umgang mit den Zahlentafeln	317
Umrechnung Dezibel-Neper	304
Umrechnung Reihen-Parallelschaltung der Spule	101
Variation von Drehkondensatoren	156
Verkettungsfaktor	87

Verstärkerröhren 211
Verstärkung
— Triode 214
Pentode 222
— Transistoren 240
Vierpolgrößen von Transistoren 240

Wärmeäquivalent 46
Wärmekapazität 46
Wärmemenge 45
Wandler 198
Wellenlänge und Frequenz 150
Welligkeit 172
Weber 51
Wechselstromgrundgrößen 76
Wechselstromkreise 94
Wheatstone-Meßbrücke 196
Wichte 28
Wichtetabelle 28
Widerstand 36
Widerstände in Parallelschaltung 43
Widerstände in Reihenschaltung 41
Widerstand und Temperatur 39
Widerstandsmeßgeräte 195
Windungszahl und Resonanzfrequenz 155
Winkelfunktionen 29
Winkelfunktionen-Tabelle 320
Wirkungsgrad von Lampen 208, 209
Wirkungsgrad des Transformators 163
Wirkwiderstand 94 ff
Wurzeltabelle 324

Zähler 197
Zahlentafeln 324
Zeitkonstante 67

43. Verzeichnis der Tabellen und Diagramme

Mathematische Zeichen	10
Griechisches Alphabet	11
Vorsätze vor Einheiten	12
Wichtetabelle	28
Spezifischer elektrischer Widerstand	38
Spezifische Wärmekapazität	47
Flußdichtediagramme	49
Magnetische Einheiten (CGS und MKSA)	51
Ladefaktor-Tabelle (e-Funktion)	76
Trafowirkungsgrad und Nutzfaktor	163
Trafo-Leistungsbedarf	164
Transformator-Eisenkerne	167
Gleichrichterschaltungen	172
Eigenverbrauch von Meßinstrumenten	202
Lichtströme von Lampen	206
Beleuchtungsstärken	207
Beleuchtungswirkungsgrad v. Lampen	208
Trioden-Diagramm (Ausschnitt)	212
Trioden-Diagramm (ECC 82)	220
Pentodendiagramm (EF 80)	225
Endpentodendiagramm (EL 34)	230
Anpassungstransformator-Kerntabelle	235
Transistor-Diagramme (AC 125)	249-251
Transistor-Diagramm (AD 149)	261
Relais-Ankerbelastung	271
Relais-Spulendaten	272
Relais-Diagramm (Ansprechdurchflutung)	273
Dämpfungstabelle (Np-Werte)	306
Dämpfungstabelle (dB-Werte)	314
Nennquerschnitt und Belastbarkeit von Kupferleitern	316
Winkelfunktionen	320
Zahlentafeln	324